BILAN LOIS DE PROBABILITES

I LOIS DISCRETES

I.1 Espérance et variance

1. Définitions

$E(X) = \sum x_i * P(X = x_i)$	$V(X) = E\left((X - E(X))^2\right)$	$V(X) = E\left(X^2\right) - (E(X))^2$	$\sigma(X) = \sqrt{X}$

X est dite centrée si $E(X) = 0$.

2. Propriétés

$\begin{cases} E(aX) = aE(X) \\ E(X+Y) = E(X) + E(Y) \end{cases}$	$\begin{cases} V(aX) = a^2V(X) \\ V(aX+b) = a^2V(X) \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma(aX) = \lvert a\rvert * \sigma(X) \\ \sigma(aX+b) = \lvert a\rvert * \sigma(X) \end{cases}$

I.2 Lois de probabilité

Nom de la loi	Paramètres	Loi de probabilité	Espérance	Variance	Ecart-type
Binomiale : $\mathcal{B}(n;p)$	n et p $n \in \mathcal{N}^*$	$\begin{cases} k \in [\lvert 0; n\rvert] \\ P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \end{cases}$	$n * p$	$n * p * q$	$\sqrt{n * p * q}$
Poisson :$\mathcal{P}(\lambda)$	λ	$\begin{cases} k \in \mathcal{N} \\ P(X=k) = \dfrac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \end{cases}$	λ	λ	$\sqrt{\lambda}$

II LOIS CONTINUES

II.1 Densité et fonction de répartition

$\begin{cases} f \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \end{cases}$ DENSITE	$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$ FONCTION DE REPARTITION

II.2 Espérance et variance

$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t)\,dt$	$V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t)\,dt - (E(X))^2$

Nom de la loi	Paramètres	Densité	$E(X)$	$V(X)$	Fonction de répartition
Uniforme	a et b	$\begin{cases} x \in [a;b]\ , f(x) = \dfrac{1}{b-a} \\ f(x) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$	$\dfrac{a+b}{2}$	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$	$\begin{cases} F(x) = 0 \text{ si } x \in]-\infty; a[\\ F(x) = \frac{x-a}{b-a} \text{ si } x \in [a;b] \\ F(x) = 1 \text{ si } x \in]b; +\infty[\end{cases}$
Exponentielle : $Exp(\lambda)$	λ	$\begin{cases} f(x) = 0 \text{ si } x < 0 \\ f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$	$\dfrac{1}{\lambda}$	$\dfrac{1}{\lambda^2}$	$\begin{cases} F(x) = 0 \text{ si } x < 0 \\ F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$
Normale : $\mathcal{N}(m, \sigma)$	m et σ	$x = m$ axe de symétrie $E(X) =$ Médiane $=$ Mode	m	σ^2	$\begin{cases} \text{Changement de variable :} \\ Z = \dfrac{X - m}{\sigma} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1) \end{cases}$
$\begin{cases} \text{Normale centrée réduite} \\ \mathcal{N}(0,\ 1) \end{cases}$	0 et 1	$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ Fonction paire	0	$1 \leq$	Π : utilisation de la table

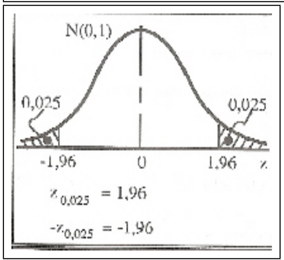
BILAN LOIS DE PROBABILITES

II.3 Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite (standard)

La médiane vaut 0 $\Pi(0) = 0.5$	$P(-a \leq X \leq a) = \Pi(a) - \Pi(-a)$ $= 2\Pi(a) - 1$	$\Pi(-a) = 1 - \Pi(a)$

$P(-1 \leq X \leq 1) \simeq 0.6826$	$P(-2 \leq X \leq 2) \simeq 0.9544$	$P(-3 \leq X \leq 3) \simeq 0.9974$

$P(-1.96 \leq X \leq 1.96) \simeq 0.95$



Pour une loi normale, on a 95% des observations dans la zone centrale, c'est-à dire dans l'intervalle $]E(X) - 1.96\sigma(X) ; E(X) + 1.96\sigma(X)[$, et 5% en dehors, donc 2.5% de chaque côté.