I EXERCICE-1

Une centrale d'achat fournit trois types de poulets à une chaîne d'hypermarchés de la région Rhône-Alpes : des poulets " biologiques " élevés dans le Centre, dits poulets P_1,des poulets de Bresse, dits poulets P_2 et

des poulets élevés en plein air en Bretagne, dits poulets P_3. Avant leur conditionnement et leur mise en vente en grande surface, les poulets sont stockés dans un entrepôt frigorifique. Dans la suite, on s'intéresse aux stocks de ces trois types de poulets une journée donnée.Une étude de marché a montré qu'un poulet se vend mal lorsque son poids est inférieur ou égal à 1 kg.

1. Partie I : On note X la variable aléatoire qui, à chaque poulet choisi au hasard dans le stock de poulets , associe son poids en kilogrammes. X suit une loi normale de moyenne 1,46 et d'écart type 0,30.

   Calculer la probabilité de l'événement A : " un poulet choisi au hasard dans le stock de poulets a un poids inférieur ou égal à 1 kg ".

2. Partie II : On note B l'événement : " un poulet choisi au hasard dans le stock de poulets a un poids inférieur ou égal à 1 kg ".

   On suppose que la probabilité de l'événement B est 0,03. On prélève au hasard 100 poulets dans le stock de poulets . Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 poulets. On considère la variable aléatoire Y qui, à tout prélèvement de 100 poulets ainsi défini, associe le nombre de poulets ayant un poids inférieur ou égal à 1 kg.

   a. Déterminer la loi suivie par Y. En déterminer les paramètres.

   b. On approche la loi de la variable aléatoire Y par une loi de Poisson. Donner le paramètre de cette loi.

   c. Utiliser cette approximation pour calculer, à près, la probabilité de l'événement C : " dans l'échantillon choisi au hasard, il y a au plus 4 poulets ayant un poids inférieur ou égal à 1 kg ".

3. Partie III : Pour un hypermarché de la région Rhône-Alpes, on conditionne des lots de deux poulets constitués d'un poulet et d'un poulet .

   On note A l'événement : " un poulet choisi au hasard dans le stock des poulets a un poids inférieur ou égal à 1 kg ".

   On note de même B l'événement : " un poulet choisi au hasard dans le stock des poulets a un poids inférieur ou égal à 1 kg ".

   On admet que les probabilités des événements A et B sont P(A) = 0,06 et P(B) = 0,03 et on suppose que ces deux événements sont indépendants.

   Un lot de deux poulets et étant choisi au hasard dans le stock prévu pour l'hypermarché, calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   " chacun des deux poulets constituant le lot a un poids inférieur ou égal à 1 kg " ;

   " l'un au moins des deux poulets constituant le lot a un poids inférieur ou égal à 1 kg " ;

   " aucun des deux poulets constituant le lot n'a un poids inférieur ou égal à 1 kg ".

II EXERCICE-2

Soit un groupe de 1000 assurés , tels que pour chaque assuré, le nombre de sinistres sur une année suive une loi de Poisson de paramètre 0.01, les sinistres éventuels des assurés se produisant de façons indépendantes.

1. Déterminer la loi de probabilité du nombre total N de sinistres de ce groupe sur une année et donner en l'espérance et l'écart-type.
2. Calculer la probabilité que N soit supérieur ou égal à 15 (on pourra utiliser une approximation justifiée)..

III EXERCICE-3

La société Hublow assure chaque semaine 2000 montures de lunettes pendant un an, contre le risque de destruction ou de vol. La probabilité d'un tel événement est estimée à 4% pour chaque client.

On note X le nombre de sinistres par semaine.

1. Préciser la loi de probabilité de X et calculer son espérance et son écart-type.
2. On considère que X suit approximativement une loi normale ; justifier cette approximation et préciser les paramètres de cette loi normale. Calculer en utilisant cette approximation les probabilités suivantes : $P(X = 100)$, $P(X \leq 100)$ et $P(60 \leq X \leq 100)$.

IV EXERCICE-4

Un distributeur d'essence arrondit les montants à 5 centimes d'euro près. On considère que les arrondis suivent une loi uniforme sur $[-2.5; 2.5]$.

1. Expliciter la fonction de répartition de cette distribution et calculer sa moyenne et son écart-type σ.
2. On suppose que 1200 automobilistes ont utilisé ce distributeur et on note S la variable aléatoire désignant la somme totale des arrondis. On admet que S suit la loi normale centrée d'écart-type $\sigma\sqrt{1200}$.

   Quelle est la probabilité que le gain dû aux arrondis soit supérieur à 1 euro ?