

**I EXERCICE 1 (2 pts)**

Lors d'un concours, la note (sur 60) obtenue par un candidat est une variable aléatoire normale de moyenne 32.3 et d'écart-type 8.5.

1. Déterminer le pourcentage de candidats ayant une note supérieure ou égale à 40.
2. Déterminer le pourcentage de candidats ayant une note comprise entre 25 et 40.

**II EXERCICE-2 (2.5pts)**

Donald Knuth (Mathématicien et informaticien), dans son "Art of computer programming", s'engage à verser deux dollars au premier lecteur lui signalant une erreur dans un de ses livres. On suppose qu'un de ses livres comporte une erreur et qu'un lecteur assidu a une chance sur 100000 de la trouver et de la signaler.

1. Ce livre concerne 500000 lecteurs assidus. On note  $X$  la variable aléatoire  $X$  égale au nombre de lettres, concernant cette faute, reçues par D. Knuth.
  - a. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - b. Calculer l'espérance de  $X$ .
2. On admet que cette loi peut être approchée par la loi de Poisson .
  - a. Donner alors une valeur approchée de  $P(X = 3)$ .
  - b. Calculer  $P(X > 3)$ .

**III EXERCICE 3 (2.5pts)**

Une enquête porte sur la représentativité des femmes dans le monde des entreprises : elle étudie la proportion de femmes cadres et leur âge. Dans l'entreprise IMA, les trois quarts des salariés ont moins de quarante ans ; 30% des salariés de moins de quarante ans sont des cadres, et parmi ceux-ci, 15% sont des femmes ; 10% des salariés de plus de quarante ans sont cadres et parmi ceux-ci, on ne compte aucune femme. De plus, il est précisé qu'il y a 55% de femmes dans l'entreprise. On note respectivement J, F et C les événements : avoir moins de quarante ans, être une femme et être cadre.

1. Représenter les données par un arbre, que l'on complètera en calculant les probabilités conditionnelles manquantes.
2. On choisit au hasard une personne dans l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit un cadre ?
3. Quelle est la probabilité qu'une femme salariée de cette entreprise soit cadre ?

**IV EXERCICE 4 (3 pts)**

Un assureur a un groupe de 10000 personnes assurées sur la vie auxquelles il devra verser en cas de décès dans l'année, une prime de 100000 euros, qui sera versée aux héritiers à la fin de l'année.

On estime que chaque assuré a une probabilité de 1% de décéder dans l'année et on note  $X$  le nombre de décès dans l'année

1. Préciser la loi de probabilité de  $X$  et calculer son espérance et son écart-type.
2. En utilisant une approximation de la loi de  $X$ , que vous justifierez, calculer  $P(X = 100)$ , puis  $P(X \geq 97)$ .
3. On note  $Y$  la variable aléatoire représentant la somme totale que devra verser l'assureur à la fin de l'année. Calculer l'espérance et la variance de  $Y$ .