CORRIGE EXAMEN DE RATTRAPAGE

I EXERCICE-1(1)

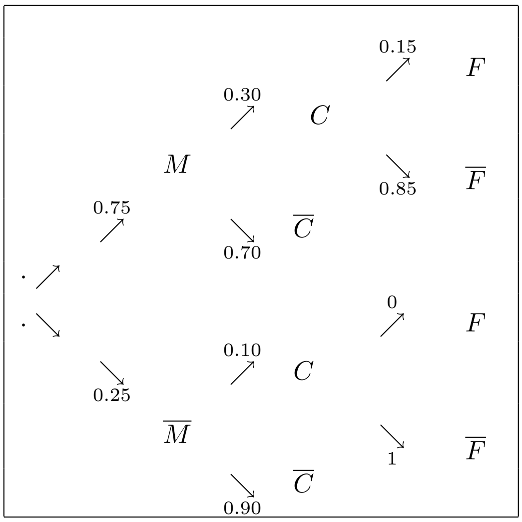
la loi de Poisson, appelée loi des événements rares, sert à modéliser les files d'attentes, le nombre d'appels reçus à un standard pendant une certaine période.

Elle est définie par : $\boxed{P(X=k)=\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},\, k\in\mathbb{N},\, \lambda>0}$ et

Loi	$P(\lambda)$
$E(X)$	λ
$V(X)$	λ
$\sigma(X)$	$\sqrt{\lambda}$

II EXERCICE-2

1.



On nomme respectivement M, C et F les événements : "avoir moins de 40 ans", "être cadre" et "être une femme".

2. On doit calculer P(C) , on va utiliser le théorème des probabilités totales :
$P(C)=P(M)\,P_M(C)+P\left(\overline{M}\right)P_M\left(\overline{C}\right)=0.75*0.30+0.25*0.10=\boxed{0.25}$

3. $P_F(C)=\dfrac{P(F\cap C)}{P(F)}=\dfrac{0.15*0.3*0.75}{0.55}=\boxed{6.14\times10^{-2}}$

III EXERCICE-3(1.5pts)

On effectue une transformation en Z,pour se ramener à la loi normale centrée réduite, en posant $Z=\dfrac{R-m}{\sigma}=\dfrac{R-4115}{200}$.

$P\{R<4150\}=P\left\{Z<\dfrac{4150-4115}{200}.\right\}=\Pi(0.175)\simeq\dfrac{0.5675+0.5714}{2}=\boxed{0.569\,5}$

$P\{3900<R<4150\}=P\left\{\dfrac{3900-4115}{200}<Z<\dfrac{4150-4115}{200}.\right\}=\Pi(0.175)-\Pi(-1.075)=\Pi(0.175)-(1-\Pi(1.075))$

soit $\Pi(0.175)+\Pi(1.075)-1\simeq0.569\,5+\dfrac{0.8577+0.8599}{2}-1\simeq\boxed{0.428\,3}$

IV EXERCICE-4

Le temps d'attente entre deux autobus, exprimé en mn, est une variable aléatoire notée X et suivant une loi uniforme sur $[0.15]$;

1. Il s'agit de l'espérance, donnée par : $E\left(X\right)=\dfrac{a+b}{2}=7.5$
2. La fonction de répartition est définie par : $\begin{cases} F\left(x\right)=0 \text{ si } x\in\left]-\infty;0\right[\\ F\left(x\right)=\frac{x-a}{b-a}=\dfrac{1}{15}x \text{ si } x\in\left[0;15\right] \\ F\left(x\right)=1 \text{ si } x\in\left]15;+\infty\right[\end{cases}$
3. $P\left(X<4\right)=F(4)=\dfrac{1}{15}*4=\dfrac{4}{15}\simeq\boxed{26.67\%}$

V EXERCICE-5(6.5 pts)

1. On est en présence d'un schéma de Bernoulli et si X désigne le nombre de montures de lunettes détruites ou volées, X suit la loi $B\left(2000;0.04\right)$, définie par : $P(X=k)=C_{2000}^{k}\,0.04^{k}*0.96^{2000-k}$, $k\in\{0;1;....;2000\}$. $E\left(X\right)=np=2000*0.04=80$.et $\sigma\left(X\right)=\sqrt{npq}=\sqrt{2000*0.04*0.96}\simeq\sqrt{76.8}\simeq 8.76$
2. $npq\geq 18$; cette condition suffit à justifier l'approximation de la loi $B\left(n;p\right)$ par la loi $N\left(np;\sqrt{npq}\right)$soit ici $N\left(80;8.76\right)$ .On utilise la correction de continuité car on approxime une loi discrète par une loi continue.
   $P\left(X=100\right)\simeq P\left(99.5\leq Y\leq 100.5\right)=P\left(\frac{99.5.5-80}{8.76}\leq Z\leq\frac{100.5-80}{8.76}\right)=\Pi\left(\frac{100.5-80}{8.76}\right)-\Pi\left(\frac{99.5-80}{8.76}\right)$
   soit environ : $\Pi\left(2.34\right)-\Pi\left(2.23\right)\simeq 0.9904-0.9871\simeq\boxed{0.0033}$
   $P\left(X\leq 100\right)=P\left(Y\leq 100.5\right)=\Pi\left(2.34\right)=\boxed{0.9904}$
   $P\left(60\leq X\leq 100\right)=P\left(59.5\leq Y\leq 100.5\right)=P\left(\frac{59.5.5-80}{8.76}\leq Z\leq\frac{100.5-80}{8.76}\right)=\Pi\left(2.34\right)-\Pi\left(-2.34\right)$
   soit $2\Pi\left(2.34\right)-1\simeq 2*0.9904-1=\boxed{0.9808}$