
I EXERCICE 1 (2_{pts})

1. On doit effectuer un changement de variable, pour se ramener à la loi normale centrée réduite ; on pose : $Z = \dfrac{X - m}{\sigma} = \dfrac{X - 32.3}{8.5}$ et on sait que si $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(32.3; 8.5)$ alors $Z \rightsquigarrow \mathcal{N}(0;1)$.$P(X \geq 40) = 1 - P(X \leq 40) = 1 - P\left(Z \leq \dfrac{40 - 32.3}{8.5}\right) = 1 - P\left(Z \leq \dfrac{7.7}{8.5}\right) = 1 - F\left(\dfrac{7.7}{8.5}\right) \simeq 1 - F(0.91) \simeq 1 - 0.8186 = 0.181\,4$ soit environ 18.14%.

2. $P(25 \leq X \leq 40) = P\left(\dfrac{25 - 32.3}{8.5} \leq Z \leq \dfrac{40 - 32.3}{8.5}\right) = F(0.91) - F(-0.86) = F(0.91) - (1 - F(0.86)) = F(0.91) + F(0.86) - 1 = 0.8186 + 0.8051 - 1 = \boxed{0.623\,7}$

II EXERCICE-2(2_{pts})

Le temps d'attente entre deux autobus, exprimé en mn, est une variable aléatoire notée X et suivant une loi uniforme sur $[0.15]$;

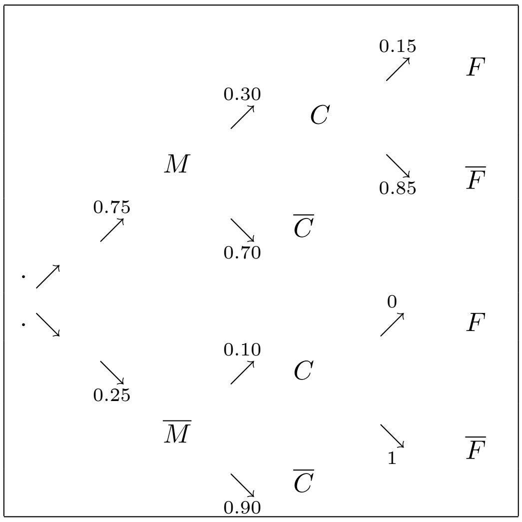
1. Il s'agit de l'espérance, donnée par : $E(X) = \dfrac{a+b}{2} = 7.5$

2. La fonction de densité de X est donnée par : $\begin{cases} x \in [0;15]\ ,\ f(x) = \dfrac{1}{15-0} = \dfrac{1}{15} \\ f(x) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$

3. La fonction de répartition est définie par : $\begin{cases} F(x) = 0 \text{ si } x \in \left]-\infty; 0\right[\\ F(x) = \frac{x-a}{b-a} = \dfrac{1}{15}x \text{ si } x \in [0;15] \\ F(x) = 1 \text{ si } x \in \left]15; +\infty\right[\end{cases}$

4. $P(X < 4) = F(4 = \dfrac{1}{15} * 4 = \dfrac{4}{15} \simeq \boxed{26.67\%}$

III .EXERCICE-3(2.5_{pts})

1. 

On nomme respectivement M, C et F les événements : "avoir moins de 40 ans", "être cadre" et "être une femme".

2. On doit calculer P(C) , on va utiliser le théorème des probabilités totales : $P(C) = P(M)\, P_M(C) + P\left(\overline{M}\right) P_M\left(\overline{C}\right) = 0.75 * 0.30 + 0.25 * 0.10 = \boxed{0.25}$

3. $P_F(C) = \dfrac{P(F \cap C)}{P(F)} = \dfrac{0.15 * 0.3 * 0.75}{0.55} = \boxed{6.\,14 \times 10^{-2}}$

CORRIGE DE L'EXAMEN

IV EXERCICE 4(3.5pts)

1. On est en présence d'un schéma de Bernoulli et X , le nombre de décès suit la loi $\mathcal{B}(10000; 0.01)$. son espérance est $E(X) = np = 10000 * 0.01 = 100$ et son écart-type $\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{10000 * 0.01 * 0.99} \simeq 9.95$

2. $npq = 99 > 18$, on peut approcher la loi Binomiale par une loi normale, la loi $\mathcal{N}(100\ ;\ 9.95)$; la loi binomiale étant une loi discrète, on effectuera une correction de continuité. $P(X = 100) \simeq P(99.5 \leq X \leq 100.5) = P\left(\dfrac{99.5 - 100}{9.95} \leq Z \leq \dfrac{100.5 - 100}{9.95}\right)$
   soit : $F\left(\dfrac{0.5}{9.95}\right) - F\left(-\dfrac{0.5}{9.95}\right) = 2F(0.05) - 1 \simeq 2 * 0.5199 - 1 \simeq \boxed{0.0398}$ avec $Z = \dfrac{X - 100}{9.95}$ et $Z \rightsquigarrow \mathcal{N}(0; 1)$.
   $P(X \geq 97) = P(X \geq 96.5) = P\left(Z \geq \dfrac{96.5 - 100}{9.95}\right) = P(Z \geq -0.35) = P(Z \leq 0.35) = F(0.35) \simeq \boxed{0.6368}$

3. $Y = 100000X$; on en déduit par linéarité : $E(Y) = 100000E(X) = \boxed{10\,000\,000}$; pour la variance on a : $V(aX) = a^2V(X)$ donc ici : $V(Y) = 100000^2V(X) = 100000^2 * 99 = \boxed{990\,000\,000\,000 = 9.9 * 10^{11}}$
   et $\sigma(Y) = \sqrt{990\,000\,000\,000} \simeq 994987.44$