CORRIGE DU PARTIEL

I EXERCICE-1

1. On doit choisir des éléments distincts et les ordonner (leur affecter un rôle : président, etc..), il s'agit donc d'arrangements.Soit A l'événement : le bureau est formé de trois étudiants distincts ; $CardA = A_{50}^{3} = 50 * 49 * 48 = 117\,600$.

2. $P\,(A) = \dfrac{\binom{20}{2} * \binom{30}{1} * 3!}{A_{50}^{3}} = \dfrac{34200}{117\,600} \simeq$ soit environ $\boxed{0.290\,8\%}$

II EXERCICE-2

1. Il y a 235 bouteilles de vin blancs sur les 725, ce qui donne une probabilité de : $\dfrac{235}{725} = \dfrac{47}{145} \simeq 0.\,3241$; les événements élémentaires étant équiprobables.

2. On trouve de même : $\dfrac{130}{725} = \dfrac{26}{145} \simeq 0.\,1793$.

3. Il s'agit de $P\,(R/B)$ avec les notations : $B =$ "le vin est du bordeaux" et $R =$ "il s'agit de vin rouge" ; on sait que $P\,(R/B) = \dfrac{P\,(R \cap B)}{P\,(B)} = \dfrac{130}{150} = \dfrac{13}{15} \simeq 0.\,8667$.

4. Il est facile de tester l'indépendance ici, en comparant $P\,(R/B)$ et $P\,(R)$; $P\,(R) = \dfrac{490}{725} = \dfrac{98}{145} \simeq 0\,.\,6759$
   Conclusion : $P\,(R/B) \neq P\,(R)$ et **les événements R et B sont dépendants.**

III EXERCICE-3

1. $$\begin{array}{ccccc} & & & \overset{0.2}{\nearrow} & S_1 \\ & & H_1 & \xrightarrow{0.3} & S_2 \\ & \overset{0.7}{\nearrow} & & \underset{0.5}{\searrow} & S_3 \\ \cdot\nearrow & & & & \\ \cdot\searrow & & & & \\ & \underset{0.3}{\searrow} & & \overset{0.7}{\nearrow} & S_1 \\ & & H_2 & \xrightarrow{0.2} & S_2 \\ & & & \underset{0.1}{\searrow} & S_3 \end{array}$$

2. $P\ (S_1) = P\,(H_1) * P_{H_1}\,(S_1) + P\,(H_2) * P_{H_2}\,(S_1) = 0.7 * 0.2 + 0.3 * 0.7 = \boxed{0.35}$, en utilisant le théorème des probabilités totales.On obtient de même : $P\ (S_2) = 0.7 * 0.3 + 0.3 * 0.2 = \boxed{0.27}$ et $P\ (S_3) = 0.7 * 0.5 + 0.3 * 0.1 = \boxed{0.38}$; on vérifie que : $P\ (S_1) + P\ (S_2) + P\ (S_3) = 1$, car ces événements forment une partition de l'univers.

3. On doit calculer : $P_{S_2}\,(H_1) = \dfrac{P\,(H_1 \cap S_2)}{P\,(S_2)} = \dfrac{0.7 * 0.3}{0.27} = \boxed{0.777\,8}$; il s'agit du théorème de Bayes.

IV EXERCICE-4

1. Il y a répétition de façons identiques et indépendantes de 1000 expériences de Bernoulli : pour chaque assuré il y a deux possibilités : succès (voiture volée) ou échec (voiture non volée), car X désigne le nombre de voitures volées (succès). X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10000$ et $p = \dfrac{1}{200} = 0.005$ et $P\,(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$, avec $n = 1000$, $p = 0.005$ et k entier, $k \in [|1; 1000|]$.

2. $P\,(X = 5) = \binom{1000}{5} * (0.005)^5 * (0.995)^{995} \simeq 0.175\,9$ soit $\boxed{17.59\%}$

3. $P\,(X \leq 3) = P\,(X = 0) + P\,(X = 1) + P\,(X = 2) + P\,(X = 3) =$
   soit $\binom{1000}{0} * (0.005)^0 * (0.995)^{1000} + \binom{1000}{1} * (0.005)^1 * (0.995)^{999} + \binom{1000}{2} * (0.005)^2 * (0.995)^{998} + \binom{1000}{3} * (0.005)^3 * (0.995)^{997} =$
   d'où : $P\,(X \leq 3) \simeq 0.2643$