L3-pROBA- STAT. **CORRIGE DU PARTIEL** Novembre 2007

I EXERCICE-1

1. $P(R) = \dfrac{290}{1000} = 0.29$;
2. $P(R \cap S) = \dfrac{130}{1000} = 0.13$; $P(R/S)$
3. $P(R \cup S) = P(R) + P(S) - P(R \cap S) = 0.29 + 0.60 - 0.13 = 0.76$
4. les événements R et S sont indépendants si et seulement $P(R \cap S) = P(R) * P(S)$
   $P(R) * P(S) = 0.29 * 0.60 = 0.174$; par ailleurs $P(R \cap S) = 0.13$, les événements sont donc dépendants car $P(R) * P(S) \neq P(R \cap S)$

II EXERCICE-2

1. On peut nommer V, l'événement " voter pour le parti du progrès" et L, l'événement : " exercer une profession libérale "; représentons ce problème par un arbre:

$$
\begin{array}{llllll}
 & & & \overset{0.023}{\nearrow} & L & : \quad P(V \cap L) = 0.08 * 0.023 \simeq 0\ .00\,184 \\
 & & V & & & \\
 & \overset{0.08}{\nearrow} & & \underset{0.977}{\searrow} & \overline{L} & \\
\cdot \nearrow & & & & & \\
\cdot \searrow & & & & & \\
 & & & \overset{0.048}{\nearrow} & L & \quad P\left(\overline{V} \cap L\right) = 0.048 * 0.92 \simeq 0\ .0\,4416 \\
 & \underset{0.92}{\searrow} & & & & \\
 & & \overline{V} & & & \\
 & & & \underset{0.952}{\searrow} & \overline{L} &
\end{array}
$$

1. Pour le calcul de $P(L)$, on utilise le théorème des probabilités totales; sur la partition $\left\{V ; \overline{V}\right\}$, on a :
   $P(L) = P(V) * P_V(L) + P\left(\overline{V}\right) * P_{\overline{V}}(L) = 0.08 * 0.023 + 0.048 * 0.92 = 0.0\,46.$
2. On doit calculer $P(V/L)$; on va utiliser le théorème de Bayes ou théorème des causes;
   $P_L(V) = \dfrac{P_V(L)\,P(V)}{P(L)} = \dfrac{0.023 * 0.08}{0.08 * 0.023 + 0.048 * 0.92} = \dfrac{0.00\,184}{0.046} = 0.0\,4$.

III EXERCICE-3

1. La variable aléatoire X suit la loi binomiale $B(100; 0.25)$;en effet, on se trouve devant un schéma de Bernoulli ; on répète de fàçons indépendantes, 100 fois une expérience de bernoulli, dont la probabilité de succès est de 0.25 ; $P(X = k) = \binom{100}{k} 0.25^k * 0.75^{100-k}$ pour $k \in \{0; 1; ...; 100\}$
2. $P(X = 3) = \binom{100}{3} 0.25^3 * 0.75^{97} \simeq 1.9 \times 10^{-9}$
3. On utilise l'événement contraire et la formule : $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$,qui donne :
   $P(X \geq 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) = 1 - 0.75^{100} - \binom{100}{1} 0.25^1 * 0.75^{99} - \binom{100}{2} 0.25^2 * 0.75^{98} = 1 - 0.75^{100} - 100 * 0.25 * 0.75^{99} - \frac{100*99}{2} * 0.25^2 * 0.75^{98} \simeq 1$
4. $E(X) = np = 100 * 0.25 = \boxed{25}$, ce qui signifie qu'en répondant au hasard, on peut s'attendre en moyenn à 25 réponses justes.
5. $\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{100 * 0.25 * 0.75} \simeq \boxed{4.33}$; C'est un paramètre de dispersion ; il donne lles fluctuations moyennes de X autour de sa moyenne.

IV EXERCICE-4

1. Il s'agit de listes ordonnées d'éléments distincts donc d'arrangements. On a $\mathrm{Card}(\Omega) = \boxed{A_{150}^{25}} = \binom{150}{25} * 25! \simeq 3.034\,7 \times 10^{53}$
2. On doit placer une fille en tête de listing soit :60 possibilités et ensuite choisir et ordonner les 24 suivants parmi les 149 restant, soit A_{149}^{24} possiblités, soit : $\mathrm{Card}(\Omega) = \boxed{60 * A_{149}^{24}} = 60 * \binom{149}{24} * 24! \simeq 1.\,213\,88 \times 10^{53}$