CORRIGE DU PARTIEL BLANC

I EXERCICE-1

1. $A = A^+ \cup A^-$; de plus ces événements sont disjoints $A^+ \cap A^- = \emptyset$, donc d'après l'axiome de Kolmogorov :
   $P(A) = P(A^+ \cup A^-) = P(A^+) + P(A^-) = 0.328 + 0.072 = \boxed{0.40.}$
2. $P(R^+ \cap A) = \boxed{0.328}$
3. On cherche : $P_A(R^+) = \dfrac{P(R^+ \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0.328}{0.40} = \boxed{0.82}$
4. $P(R^+) = 0.328 + 0.081 + 0.0405 + 0.36 = 0.8095$ donc $P_A(R^+) \neq P(R^+)$; les événements R^+ et A sont **dépendants.**

II EXERCICE-2

1. Le nombre de billets vendus est de : $250 * 1.08 = 270$; pour chaque personne ayant acheté un billet, il y a une alternative : se présenter pour prendre l'avion ou se désister ; on est en présence d'un schéma de Bernoulli, avec la répétition de 270 épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes : $n = 270$ et p la probabilité de succès est $p = 0.10$; la loi de probabilité de X est la loi binomiale $B(n;p)$,c'est à dire $B(270;0.10)$définie par : $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \boxed{\binom{270}{k} 0.10^k * 0.90^{270-k}}$,pour k entier naturel appartenant à $\{0;1;2;....;270\}$.
2. Si 15 personnes ne peuvent voyager, c'est que 265 personnes se sont présentées pour les 250 places, soit que 5 personnes ayant réservé ne sont pas venues. $P(X = 5) = \binom{270}{5} 0.10^5 * 0.90^{265} \simeq 8.6 \times 10^{-8}$

III EXERCICE-3

1.

$$\begin{array}{ccccc}
 & & & & R \\
 & & & \overset{0.35}{\nearrow} & \\
 & & E_1 & & \\
 & & & \underset{0.65}{\searrow} & \\
 & & & & \overline{R} \\
 & \overset{0.20}{\nearrow} & & & \\
 & & & & R \\
 & & & \overset{0.25}{\nearrow} & \\
\bigstar & \overset{0.45}{\longrightarrow} & E_2 & & \\
 & & & \underset{0.75}{\searrow} & \\
 & & & & \overline{R} \\
 & \underset{0.35}{\searrow} & & & \\
 & & & & R \\
 & & & \overset{0.10}{\nearrow} & \\
 & & E_3 & & \\
 & & & \underset{0.90}{\searrow} & \\
 & & & & \overline{R}
\end{array}$$

On va utiliser **le théorème des probabilités totales** pour calculer $P(R)$
il est clair que les événements X, Y et Z
forment une partition de l'univers ; on a donc :
$P(R) = P(E_1) * P(R/E_1) + P(E_2) * P(R/E_2) + P(E_3) * P(R/E_3)$
soit $P(R) = 0.20 * 0.35 + 0.45 * 0.25 + 0.35 * 0.10 = 0.2175$

:

2. On cherche : $P_R(E_1) = \dfrac{P(E_1 \cap R)}{P(R)}$. Par ailleurs $P(E_1 \cap R) = P(E_1) * P_{E_1}(R) = 0.20 * 0.35 = 0.07$; on en déduit : $P_R(E_1) = \dfrac{0.07}{0.2175}. = \boxed{0.3218}$;on utilise en fait le théorème de Bayes.

IV EXERCICE-4

1. On doit choisir trois personnes distinctes parmi 54 ; de plus chacune a un rôle précis il y a donc un ordre et chaque possibilité est donc un arrangement. $Card(\Omega) = A_{54}^3 = 54 * 53 * 52 = \boxed{148\,824}$.
2. Soit B l'événement "le bureau contient au moins un psychologue " ; on peut calculer
   $Card(\overline{B}) = A_{30}^3 = 30 * 29 * 28 = 24\,360$; on a : $Card(B) = Card(\Omega) - Card(\overline{B}) = 148\,824 - 24\,360 = \boxed{124\,464}$

V EXERCICE-5

1. Notons E l'événement "A quitte l'entreprise" et F,l'événement "B quitte l'entreprise" ; on cherche $P\left(\overline{E}\cap\overline{F}\right)$, or $\overline{E}\cap\overline{F}=\overline{E\cup F}$,donc $P\left(\overline{E}\cap\overline{F}\right)=1-P\left(E\cup F\right)=1-0.3=\boxed{0.7}$
2. Pour tester l'indépendance des événements E et F,on peut comparer $P\left(E\cap F\right)$ et $P\left(E\right)*P\left(F\right)$; appliquons la formule de Poincaré, qui donne : $P\left(E\cup F\right)=P\left(E\right)+P\left(F\right)-P\left(E\cap F\right)$,ou $P\left(E\cap F\right)=P\left(E\right)+P\left(F\right)-P\left(E\cup F\right)=\frac{1}{5}+\frac{1}{8}-0.3=0.0\,25$; par ailleurs, $P\left(E\right)*P\left(F\right)=\frac{1}{5}*\frac{1}{8}=0.0\,25$. On a :
$$\boxed{P\left(E\cap F\right)=P\left(E\right)*P\left(F\right)}$$
Les événements E et F sont donc indépendants .
Remarque : on peut aussi calculer $P\left(E/F\right)=\frac{P(E\cap F)}{P(F)}=\frac{0.025}{\frac{1}{8}}=0.\,2=P\left(E\right)$, ce qui prouve l'indépendance de E et F.