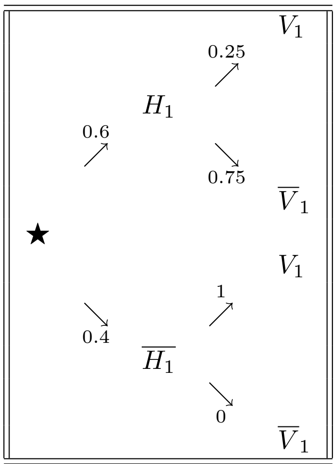
L3

CORRIGE DU PARTIEL BLANC

novembre 2008

I EXERCICE-1

1. On traduit l'énoncé : $P(H_1 \cap H_2) = 0.5$ de plus $P(H_1) = 0.6$ et $P(H_2) = \dfrac{2}{3}$; il reste à comparer :
   $P(H_1) * P(H_2) = 0.6 * \dfrac{2}{3} = 0.4$ et $P(H_1 \cap H_2) = 0.5$.
   Ces résultats sont différents, on en déduit que les événements sont dépendants .
2. On doit calculer $P(H_1 \cup H_2)$ et donc utiliser la formule de Poincaré : $P(H_1 \cup H_2) = P(H_1) + P(H_2) - P(H_1 \cap H_2)$ soit $P(H_1 \cup H_2) = 0.6 + \dfrac{2}{3} - 0.50 \simeq 0.7667$
3. On peut dresser un arbre en ne considérant que la question 1:



On appelle V_1 l'événement "répondre juste à Q_1", on calcule :

$P_{V_1}(H_1) = \dfrac{P(H_1) * P_{H_1}(V_1)}{P(V_1)} = \dfrac{0.6 * 0.25}{0.6 * 0.25 + 0.4} \simeq 0.272\,7$; il s'agit de la formule de Bayes (Probabilité des causes) ; on a calculé $P(V_1)$ en utilisant le théorème des probabilités totales : $P(V_1) = P(H_1) * P_{H_1}(V_1) + P\left(\overline{H_1}\right) * P_{\overline{H_1}}(V_1)$

II EXERCICE-2 (4.5PTS)

1. On est clairement en présence d'un schéma de Bernoulli, avec la répétition 100 fois de façons identiques et indépendantes d'une expérience de Bernoulli ; X suit donc la loi binomiale $\mathcal{B}\left(100; \dfrac{1}{25}\right)$,définie par : $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \binom{100}{k} 0.04^k * 0.96^{100-k}$,pour $k \in [|0; 100|]$.
2. On a alors : $P(X = 2) = \binom{100}{2} 0.04^2 * 0.96^{98} \simeq \boxed{0.145}$
3. $P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$
   soit : $P(X \leq 3) = 0.96^{100} + \binom{100}{1} 0.04^1 * 0.96^{99} + \binom{100}{2} 0.04^2 * 0.96^{98} + \binom{100}{3} 0.04^3 * 0.96^{97} \simeq \boxed{0.429\,5}$
4. L'espérance de X est donnée par $E(X) = np = \boxed{4}$ et l'écart-type par $\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{100 * 0.04 * 0.96} \simeq \boxed{1.96}$
5. On détermine l'intervalle : $E(X) - \sigma(X) \simeq 4 - 1.96 = 2.04$ et $E(X) + \sigma(X) \simeq 5.96$, ce qui donne pour X comme valeurs possibles : $3, 4$ et 5. donc :
   $P(E(X) - \sigma(X) \leq X \leq E(X) + \sigma(X)) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$
   soit : $\binom{100}{3} 0.04^3 * 0.96^{97} + \binom{100}{4} 0.04^4 * 0.96^{96} + \binom{100}{5} 0.04^5 * 0.96^{95} \simeq \boxed{0.556\,2}$

III EXERCICE-3 (2.PTS)

1. Codes
   $9^5 * A_5^2 = 59\,049 * 20 = \boxed{1180\,980}$
2. Chef d'entreprise:
   a. $\binom{20}{4} = \boxed{4845}$
   b. $\binom{13}{2}\binom{7}{2} = \boxed{1638}$