CORRECTION PARTIEL BLANC

I EXERCICE-1

1.

	Sancerre	**A**lsace	Total
Rouge	130	160	290
Blanc	x	240	$240+x$
total	$130+x$	400	$530+x$

$P(R) = \dfrac{290}{530+x}$; $P(R \cap S) = \dfrac{130}{530+x}$; $P(R/S) = \dfrac{130}{130+x}$;

2. les événements R et S sont indépendants si et seulement $P(R/S) = P(R)$ soit $\dfrac{130}{130+x} = \dfrac{290}{530+x}$ soit $130(530+x) = 290(130+x)$ soit $160x = 31\,200$ soit $x = \dfrac{31\,200}{160} = \boxed{195}$

II EXERCICE-2

1. On se retrouve devant un **schéma de Bernoulli**; si on désigne par X le nombre de lecteurs ayant trouvé la faute, X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(500000; 0.00001)$. On a $P(X=k) = C_n^k\, p^k q^{n-k}$, avec $p = 0.00001$, probabilitité d'un "succès" et $q = 1-p$, k variant de 0 à n.
$P(X=k) = C_{500000}^k\, 0.00001^k * 0.99999^{500000-k}$; $E(X) = np = 500000 * 0.00001 = \boxed{5.}$
2. **La loi de Poisson peut** constituer une approximation interressante de la loi binomiale
On obtient alors en utilisant pour une loi de Poisson de paramètre λ, la formule :
$\boxed{P(X=k) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^k}{k!}}$ $P(X=3) = e^{-5} * \dfrac{5^3}{3!} \simeq \boxed{0.140\,4;}$
3. $P(X>3) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3))$ en utilisant l'événement contraire. soit
$P(X>3) = 1 - e^{-5}\left(1 + \dfrac{5^1}{1!} + \dfrac{5^2}{2!} + \dfrac{5^3}{3!}\right) = 1 - \frac{118}{3}e^{-5} \simeq \boxed{0.\,7350}$

III EXERCICE-3

1.

$$\begin{array}{lllll}
 & & & \overset{0.99}{\nearrow} & A \quad : \quad P(I\cap A) = 0.99 * 0.001 \simeq 0.000\,99 \\
 & & I & & \\
 & \overset{0.001}{\nearrow} & & \underset{0.01}{\searrow} & \overline{A} \\
\cdot \nearrow & & & & \\
\cdot \searrow & & & & \\
 & \underset{0.999}{\searrow} & & \overset{0.007}{\nearrow} & A \qquad P(\overline{I}\cap A) = 0.007 * 0.999 \simeq 0.00\,7 \\
 & & \overline{I} & & \\
 & & & \underset{0.993}{\searrow} & \overline{A}
\end{array}$$

On définit les événements I : "il y a un incendie" et A : "le système d'alerte se déclenche"
on utilise le théorème des probabilités totales;
sur la partition $\{I; \overline{I}\}$
$P(A) = P(I) * P(A/I) + P(\overline{I}) * P(A/\overline{I}) = 0.99 * 0.001 + 0.007 * 0.999 \simeq 0.00\,798$

2. On doit calculer $P(\overline{I}/A)$; on va utiliser le théorème de Bayes ou théorème des causes;
$P(\overline{I}/A) = \dfrac{P(A/\overline{I})\,P(\overline{I})}{P(A)} = \dfrac{0.007 * 0.999}{0.99 * 0.001 + 0.007 * 0.999} \simeq \boxed{0.\,876}$

IV EXERCICE-4

1. On est clairement en présence d'un schéma de Bernoulli, avec la répétition 100 fois de fâçons identiques et indépendantes d'une expérience de Bernoulli ; X suit donc la loi binomiale $\mathcal{B}\left(100; \dfrac{1}{25}\right)$,définie par : $P(X=k) = \binom{n}{k}p^k q^{n-k} = \binom{100}{k}0.04^k * 0.96^{100-k}$,pour $k \in [|0;100|]$.
2. On a alors : $P(X=2) = \binom{100}{2}0.04^2 * 0.96^{98} \simeq 0.1450$
3. L'espérance de X est donnée par $E(X) = np = 4$ et l'écart-type par $\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{100 * 0.04 * 0.96} \simeq 1.\,96$
4. (On se trouve face à un événement rare , avec $\boxed{\mathbf{n > 50 \text{ et } p < 0.1} \text{ avec } np \leq 5}$ l'approximation de X par une loi de Poisson est justifiée, avec $\lambda = np = 4$)

$P(X=k)=\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}=\dfrac{4^k}{k!}e^{-4}$,ce qui donne : $P(X=2)=\dfrac{4^2}{2!}e^{-4}\simeq\boxed{0.146\,5}$ et $P(X=3)=\dfrac{4^3}{3!}e^{-4}\simeq 0.195\,4$ $P(X>3)=1-[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)]=1-e^{-4}\left(1+4+\dfrac{4^2}{2!}+\dfrac{4^3}{3!}\right)=1-\frac{71}{3}e^{-4}\simeq\boxed{0.566\,6}$