

CORRIGE PARTIEL BLANC DECEMBRE 2011

L3 AES

1 EXERCICE-1

	X	Y
Moyenne	12	8.67
Ecart-type	3.74	2.84
Variance	14	8.09

- 1.
2. On trouve : $\hat{y} = \hat{a}x + \hat{b} = 0.7241x - 0.0148$.
 $\hat{a} \simeq 0.7241$, représente en dollars, l'augmentation de salaire prévisible quand le nombre d'années d'étude augmente de 1 .
3. $R^2 = \frac{\text{Variance expliquée}}{\text{Variance totale}} = \frac{V(\hat{y})}{V(y)} \simeq 0.9077$; ce coefficient donne la part de la variation totale expliquée par le modèle, ici 90.77%.
4. L'équation de l'analyse de la variance est : $SCT = SCE + SCR$; $SCT = nV(y) = 13 * 8.09 = 105.17$, et $SCE = R^2 SCT = 0.9077 * 105.17 = 95.4628$
et $SCR = SCT - SCE = 105.17 - 95.46 = 9.71$
5. $\hat{y}(20) = 0.7241 * 20 - 0.0148 \simeq 14.47 \$$.

$$6. S_{\epsilon}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{i=n} e_i^2 = \frac{SCR}{n-2} = \frac{9.71}{11} = 0.8827 \text{ et } S_{\hat{a}}^2 = \frac{S_{\epsilon}^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2} = \frac{0.8827}{nV(x)} = \frac{0.8827}{13 * 14} = 0.00485 \text{ et } S_{\hat{a}} =$$

$$\sqrt{0.00485} = 6.96 \times 10^{-2}$$

Nous allons donc tester si X contribue à expliquer Y en testant l'hypothèse nulle $a_1 = 0$ contre l'hypothèse alternative $a_1 \neq 0$:

$\begin{cases} H_0 : a = 0 \text{ (} X \text{ n'influence pas } Y \text{)} \\ H_1 : a \neq 0 \end{cases}$. Sous l'hypothèse H_0 , $t_{\hat{a}} = \frac{\hat{a}}{S_{\hat{a}}}$, le ratio de Student, suit une distribution de Student

avec $(n - 2)$ degrés de liberté ; ici $t_{\hat{a}_1} = \frac{0.7241}{6.96 \times 10^{-2}} = 10.40$; le seuil de signification est $\alpha = 0.05$; il reste à comparer

ce quotient avec la valeur lue dans la table de Student, de $t_{\alpha/2; n-2}$ soit ici : $t_{0.025; 11} = 2.2010$. La valeur du quotient $\frac{\hat{a}}{S_{\hat{a}}}$ est supérieure au t de la table, on en déduit donc que l'on rejette l'hypothèse H_0 et donc a suffisamment différent de zéro pour affirmer que a est significativement différent de zéro. On en conclut que X est significative et contribue à l'explication de Y .

2 EXERCICE-2

EFFECTIFS OBSERVES				
	DIPLOMES			Total
Durée	A	B	C	
moins d'un mois	8	8	4	20
Entre 2 et 6	9	11	20	40
Plus de 6	13	11	16	40
Total	30	30	40	100

EFFECTIFS CALCULES (théoriques)				
	DIPLOMES			Total
Durée	A	B	C	
moins d'un mois	6	6	8	20
Entre 2 et 6	12	12	16	40
Plus de 6	12	12	16	40
Total	30	30	40	100

CONTRIBUTIONS AU KHI ²				
	DIPLOMES			Total
Durée	A	B	C	
moins d'un mois	0,67	0,67	2	3,33
Entre 2 et 6	0,75	0,08	1	1,83
Plus de 6	0,08	0,08	0	0,17
Total	1,5	0,83	3	5,33

- H_0 : absence de liaison entre la durée de recherche et le diplôme
 H_1 : l'hypothèse alternative : il y a une liaison significative entre la durée de recherche et le diplôme
- Choix du seuil de signification : 5%
- Calcul des effectifs théoriques ou calculés que nous noterons C_i (avec comme condition que chaque C_i doit être au moins égal à 5) et calcul du Khi^2 . $\chi^2 = \sum \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$; on trouve : $\chi_{calc}^2 \simeq \boxed{5.33}$
- Déterminer le ddl (degré de liberté) : $\nu = (c - 1) * (l - 1)$ où l et c désignent respectivement le nombre de lignes et de colonnes des données de l'échantillon, c'est à dire le nombre de modalités de chaque caractère. Ici $\nu = (3 - 1) (3 - 1) = 4$.
- Lire dans la table $\text{Khi}^2_{(4;0.05)} \simeq \boxed{9.4877}$; cette valeur est dite "critique", cela signifie que sous l'hypothèse d'indépendance, si l'on prenait tous les échantillons de taille 100 de notre population, on aurait une probabilité de 5%, d'obtenir un Khi^2 supérieur à .
- Règle de décision : si la valeur du Khi^2 calculé est inférieure ou égale au Khi^2 de la table (valeur critique : seuil limite de la région de non rejet de H_0), on ne peut rejeter H_0 , par contre si $\chi_{calc}^2 > \chi_{(2;0.05)}^2$, on rejettera l'hypothèse d'indépendance statistique des deux caractères.
- Décision : ici $\chi_{calc}^2 \leq \chi_{(4;0.05)}^2$; on conclut qu'au seuil de 5%, l'hypothèse H_0 d'absence de liaison entre les caractères ne peut être rejetée, au niveau de confiance de 5%, l'écart entre les effectifs observés et les effectifs calculés n'est pas significatif, on ne peut rejeter l'hypothèse d'absence de liaison.