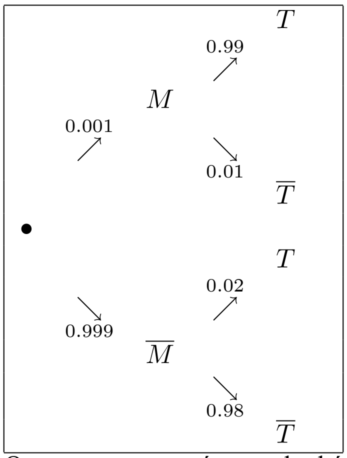
CORRIGE EXAMEN BLANC DE PROBABILITE

I Exercice-1



On a représenté la situation par un arbre;
on a désigné par M l'événement : "$être\ malade$"
et par T : "le test est positif".

On se trouve en présence du théorème des probabilités totales :
$P(T) = P(M) * P(T/M) + P(\overline{M}) * P(T/\overline{M}) = 0.001 * 0.99 + 0.999 * 0.02 \simeq \boxed{0.021}$

II EXERCICE-2

Soit X la note d'un étudiant, X suit la loi $\mathcal{N}(32.3; 8.5)$; on se ramène à la loi normale centrée réduite par le changement de variable : posant $Z = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-32.3}{8.5}$, $Z \hookrightarrow \mathcal{N}(0\,;1)$et en utilisant la fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0;1)$, ce qui donne : $P(25 < X < 40) = P\left(\frac{25-32.3}{8.5} < Z < \frac{40-32.3}{8.5}\right) = P\left(\frac{25-32.3}{8.5} < Z < \frac{40-32.3}{8.5}\right) = P(-0.8588 < Z < 0.9059) =$
$F(0.91) - F(-0.86) = F(0.91) - F(-0.86) = F(0.91) - (1 - F(0.86)) = F(0.91) + F(0.86) - 1 = 0.8186 + 0.8061 - 1 = \boxed{0.6247}$

III EXERCICE-3

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = e^{-0.4} + 0.4e^{-0.4} + e^{-0.4}\frac{0.4^2}{2!} = e^{-0.4}\left(1 + 0.4 + \frac{0.4^2}{2!}\right) = 0.9921$$

IV EXERCICE-4

1. Loi de X
   a. On se trouve devant un schéma de Bernoulli, avec la répétition de façons indépendantes, 200 fois d'une expérience de Bernoulli (2 issues : échec ou succès) ; on note succès :obtenir un vin ordinaire et $p = 0.12$, on sait alors que X suit la loi $B(200; 0.12)$ définie par : $\boxed{P(X = k) = \binom{n}{k} p^k * q^{n-k}}$, $k \in \{0\,; 1; ...; 200\}$, $n = 200$ et $q = 0.88$, soit $P(X = k) = \binom{n}{k} * 0.12^k * 0.88^{200-k}$.

   b. $E(X) = np = 200 * 0.12 = 24$

   c. $V(X) = npq = 200 * 0.12 * 0.88 = 21.12$. et $\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{21.12} = 4.6$

2. $npq > 18$, on peut donc approximer la loi binomiale par une loi normale, la loi normale $N(24; 4.6)$ ses paramètres étant l'espérance et l'écart-type de la loi binomiale.

3. Si l'on désigne par Y la variable aléatoire suivant la loi $N(24; 4.6)$,on doit effectuer une correction de continuité et on a : $P(X \leq 24) = P(Y \leq 24.5)$; pour calculer $P(Y \leq 24.5)$,on se ramène à $Z = \dfrac{Y - 24}{4.6}$ qui suit la loi normale centrée réduite $N(0; 1)$:
$P(Y \leq 24.5) = P(Z \leq \dfrac{24.5 - 24}{4.6}) = P(Z \leq 0.11) = F(0.11) \simeq \boxed{0.5438}$

V EXERCICE 5

1. $P(X < 14.5) = \boxed{0.25}$ car la loi est uniforme et qu'une demi heure représente un quart de l'intervalle $[14; 16]$; on pourrait aussi définir la variable aléatoire Y, désignant la durée, en mn, entre 14h et son arrivée, Y suivant une loi uniforme sur $[0; 120]$.

2. La fonction de répartition est définie par : $\begin{cases} F(x) = 0 \text{ si } x \in]-\infty; 14[\\ F(x) = \frac{x-a}{b-a} = \frac{x-14}{2} \text{ si } x \in [14; 16] \\ F(x) = 1 \text{ si } x \in]16; +\infty[\end{cases}$

CORRIGE EXAMEN BLANC DE PROBABILITE