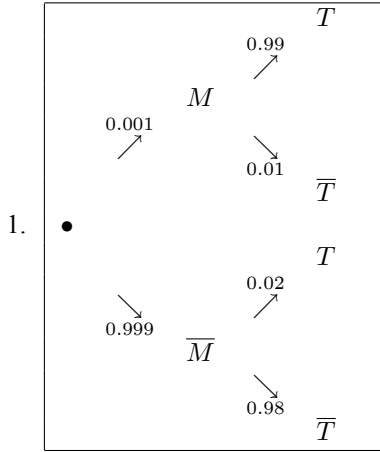


**I Exercice-1**



On a représenté la situation par un arbre; on a désigné par  $M$  l'événement : "être malade" et par  $T$  : "le test est positif".

2. On se trouve en présence du théorème des probabilités totales :

$$P(T) = P(M) * P_M(T) + P(\bar{M}) * P_{\bar{M}}(T) = 0.001 * 0.99 + 0.999 * 0.02 \simeq \boxed{0.021}$$

3. On est en présence de deux théorèmes de Bayes (probabilité des causes) :  $P_T(M) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)} = \frac{P(M) * P_M(T)}{P(T)} = \frac{0.001 * 0.99}{0.021} = 0.0471$

**II EXERCICE-2**

Soit  $X$  la note d'un étudiant,  $X$  suit la loi  $\mathcal{N}(36.5; 17)$  ; on se ramène à la loi normale centrée réduite par le changement de variable : posant  $Z = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-36.5}{\sqrt{17}}$ ,  $Z \hookrightarrow \mathcal{N}(0; 1)$  et en utilisant la fonction de répartition de la loi  $\mathcal{N}(0; 1)$ , ce qui donne :  $P(20 < X < 43) = P(\frac{20-36.5}{\sqrt{17}} < Z < \frac{43-36.5}{\sqrt{17}}) = P(-0.95 < Z < 0.38) = F(0.38) - F(-0.95) = F(0.38) - (1 - F(0.95)) = F(0.38) + F(0.95) - 1 = 0.6480 + 0.8289 - 1 = \boxed{0.4769}$

**III EXERCICE-3**

1. Loi de  $X$

a. On se trouve devant un schéma de Bernoulli, avec la répétition de façons indépendantes, 30 fois d'une expérience de Bernoulli (2 issues : échec ou succès) ; on note succès : obtenir un vin ordinaire et  $p = 0.15$ , on sait alors que  $X$  suit la loi  $B(30; 0.15)$  définie par :  $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k * q^{n-k}$ ,  $k \in \{0; 1; \dots; 200\}$ ,  $n = 30$  et  $q = 0.15$ , soit  $P(X = k) = \binom{30}{k} * 0.15^k * 0.85^{30-k}$ .

b.  $P(X = 25) = \binom{30}{25} * 0.15^{25} * 0.85^5 \simeq 2 \times 10^{-16} \simeq 0$

2. Loi normale

a.  $npq > 18$ , on peut donc approximer la loi binomiale par une loi normale .  $V(X) = npq = 300 * 0.15 * 0.85. = 38.25$  et  $\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{38.25} = 6.18$ , donc on approche la loi de  $X$  par la loi normale  $N(38.25; 6.18)$  ses paramètres étant l'espérance et l'écart-type de la loi binomiale.

b. Si l'on désigne par  $Y$  la variable aléatoire suivant la loi  $N(38.25; 6.18)$ , on a (sans correction de continuité) :  $P(X \leq 45) = P(Y \leq 45)$  ; on standardise en se ramenant à  $Z = \frac{Y - 38.25}{6.18}$  qui suit la loi normale centrée réduite  $N(0; 1)$  :  $P(Y \leq 45) = P(Z \leq \frac{45 - 38.25}{6.18}) = P(Z \leq 1.1) = F(1.1) \simeq \boxed{0.8643}$

De même,  $P(35 \leq X \leq 50) = P(\frac{35 - 38.25}{6.18} \leq Z \leq \frac{50 - 38.25}{6.18}) = P(-0.53 \leq Z \leq 1.90) = F(1.90) - F(-0.53) = F(1.90) - (1 - F(0.53)) = F(1.90) + F(0.53) - 1 \simeq 0.9713 + 0.7019 - 1 = \boxed{0.6732}$