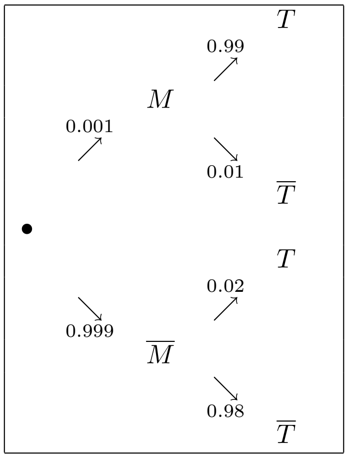
L3AES

CORRIGE CONTRÔLE CONTINU A

Décembre 2010

I Exercice-1

1. 

On a représenté la situation par un arbre;
on a désigné par M l'événement : "$\hat{e}tre\ malade$"
et par T : "le test est positif".

2. On se trouve en présence du théorème des probabilités totales :
$P(T) = P(M) * P_M(T) + P\left(\overline{M}\right) * P_{\overline{M}}(T) = 0.001 * 0.99 + 0.999 * 0.02 \simeq \boxed{0.021}$

3. On est en présence deu théorème de Bayes (probabilité des causes) : $P_T(M) = \dfrac{P(M \cap T)}{P(T)} = \frac{P(M)*P_M(T)}{P(T)} = \dfrac{0.001 * 0.99}{0.021} = 0.0$
471

II EXERCICE-2

Soit X la note d'un étudiant, X suit la loi $\mathcal{N}(32.3; 8.5)$; on se ramène à la loi normale centrée réduite par le changement de variable : posant $Z = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-32.3}{8.5}$, $Z \hookrightarrow \mathcal{N}(0\,;1)$et en utilisant la fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0;1)$, ce qui donne : $P(25 < X < 40) = P\left(\frac{25-32.3}{8.5} < Z < \frac{40-32.3}{8.5}\right) = P\left(\frac{25-32.3}{8.5} < Z < \frac{40-32.3}{8.5}\right) = P(-0.858\,8 < Z < 0.905\,9) =$
$F(0.91) - F(-0.86) = F(0.91) - F(-0.86) = F(0.91) - (1 - F(0.86)) = F(0.91) + F(0.86) - 1 = 0.8186 + 0.8061 - 1 = \boxed{0.624\,7}$

III EXERCICE-3

1. Loi de X
   a. On se trouve devant un schéma de Bernoulli, avec la répétition de façons indépendantes, 200 fois d'une expérience de Bernoulli (2 issues : échec ou succès) ; on note succès :obtenir un vin ordinaire et $p = 0.12$, on sait alors que X suit la loi $B(200; 0.12)$ définie par : $\boxed{P(X = k) = \binom{n}{k} p^k * q^{n-k}}$, $k \in \{0\,;1;...;200\}$, $n = 200$ et $q = 0.88$, soit $P(X = k) = \binom{n}{k} * 0.12^k * 0.88^{200-k}$.
   b. $E(X) = np = 200 * 0.12 = 24$
   c. $V(X) = npq = 200 * 0.12 * 0.88 = 21.12.$ et $\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{21.12} = 4.6$

2. Loi normale
   a. $npq > 18$, on peut donc approximer la loi binomiale par une loi normale, la loi normale $N(24; 4.6)$ ses paramètres étant l'espérance et l'écart-type de la loi binomiale.
   b. Si l'on désigne par Y la variable aléatoire suivant la loi $N(24; 4.6)$, on a (sans correction de continuité) : $P(X \leq 24) = P(Y \leq 24)$; pour calculer $P(Y \leq 24)$,on standardise en se ramènant à $Z = \dfrac{Y - 24}{4.6}$ qui suit la loi normale centrée réduite $N(0; 1)$:
   $P(Y \leq 24) = P(Z \leq \dfrac{24 - 24}{4.6}) = P(Z \leq 0) = F(0) \simeq \boxed{0.50}$
   De même, $P(20 \leq X \leq 26) = P(\dfrac{20 - 24}{4.6} \leq Z \leq \dfrac{26 - 24}{4.6}) = P(-0.87 \leq Z \leq 0.43) = F(0.43) - F(-0.87)$
   $= F(0.43) - (1 - F(0.87)) = F(0.43) + F(0.87) - 1 \simeq 0.6664 + 0.8079 - 1 = \boxed{0.474\,3}$