

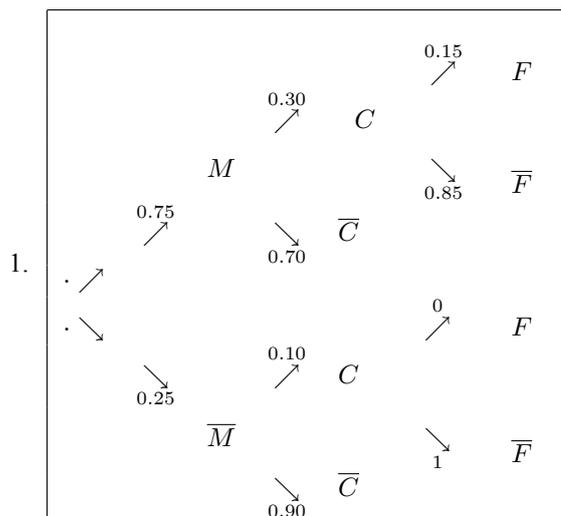
## I EXERCICE-1

la loi de Poisson, appelée loi des événements rares, sert à modéliser les files d'attente, le nombre d'appels reçus à un standard pendant une certaine période.

Elle est définie par :  $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k \in \mathbb{N}, \lambda > 0$  et

Loi	$P(\lambda)$
$E(X)$	$\lambda$
$V(X)$	$\lambda$
$\sigma(X)$	$\sqrt{\lambda}$

## II EXERCICE-2



On nomme respectivement  $M, C$  et  $F$  les événements :  
"avoir moins de 40 ans", "être cadre" et "être une femme".

2. On doit calculer  $P(C)$ , on va utiliser le théorème des probabilités totales :

$$P(C) = P(M) P_M(C) + P(\bar{M}) P_{\bar{M}}(\bar{C}) = 0.75 * 0.30 + 0.25 * 0.10 = \boxed{0.25}$$

$$3. P_{\bar{F}}(C) = \frac{P(F \cap C)}{P(F)} = \frac{0.15 * 0.3 * 0.75}{0.55} = \boxed{6.14 \times 10^{-2}}$$

## III EXERCICE-3 (1.5pts)

On effectue une transformation en  $Z$ , pour se ramener à la loi normale centrée réduite, en posant  $Z = \frac{R - m}{\sigma} = \frac{R - 4115}{200}$ .

$$P\{R < 4150\} = P\left\{Z < \frac{4150 - 4115}{200}\right\} = \Pi(0.175) \simeq \frac{0.5675 + 0.5714}{2} = \boxed{0.5695}$$

$$P\{3900 < R < 4150\} = P\left\{\frac{3900 - 4115}{200} < Z < \frac{4150 - 4115}{200}\right\} = \Pi(0.175) - \Pi(-1.075) = \Pi(0.175) - (1 - \Pi(1.075))$$

$$\text{soit } \Pi(0.175) + \Pi(1.075) - 1 \simeq 0.5695 + \frac{0.8577 + 0.8599}{2} - 1 \simeq \boxed{0.4283}$$

## IV EXERCICE-4

$P(R) = \frac{290}{530+x}$ ;  $P(R \cap S) = \frac{130}{530+x}$ ;  $P(R/S) = \frac{130}{130+x}$ . Il y a indépendance si et seulement si :  $P(R/S) = P(R)$  soit  $\frac{130}{130+x} = \frac{290}{530+x}$  ce qui donne :  $130(530+x) = 290(130+x)$  soit

$$160x = 130 * 530 - 290 * 130 = 31\,200 \text{ soit } x = \frac{31\,200}{160} = 195, \text{ ce qui donnera :}$$

	Sancerre	Alsace	Total
Rouge	130	160	290
Blanc	195	240	435
total	325	400	725

avec :

$$\frac{130}{325} = \frac{290}{725} = \frac{2}{5}$$

## V EXERCICE-5(6.5 pts)

1. On est en présence d'un schéma de Bernoulli et si  $X$  désigne le nombre de montures de lunettes détruites ou volées,  $X$  suit la loi  $B(2000; 0.04)$ , définie par :

$$P(X = k) = \binom{2000}{k} 0.04^k * 0.96^{2000-k}, \quad k \in \{0; 1; \dots; 2000\}$$

$$. E(X) = np = 2000 * 0.04 = 80. \text{ et } \sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{2000 * 0.04 * 0.96} \simeq \sqrt{76.8} \simeq 8.76$$

2.  $npq \geq 18$ ; cette condition suffit à justifier l'approximation de la loi  $B(n; p)$  par la loi  $N(np; \sqrt{npq})$  soit ici  $N(80; 8.76)$ . On utilise la correction de continuité car on approxime une loi discrète par une loi continue.

$$P(X = 100) \simeq P(99.5 \leq Y \leq 100.5) = P\left(\frac{99.5-80}{8.76} \leq Z \leq \frac{100.5-80}{8.76}\right) = \Pi\left(\frac{100.5-80}{8.76}\right) - \Pi\left(\frac{99.5-80}{8.76}\right)$$

$$\text{soit environ : } \Pi(2.34) - \Pi(2.23) \simeq 0.9904 - 0.9871 \simeq \boxed{0.0033}$$

$$P(X \leq 100) = P(Y \leq 100.5) = \Pi(2.34) = \boxed{0.9904}$$

$$P(60 \leq X \leq 100) = P(59.5 \leq Y \leq 100.5) = P\left(\frac{59.5-80}{8.76} \leq Z \leq \frac{100.5-80}{8.76}\right) = \Pi(2.34) - \Pi(-2.34)$$

$$\text{soit } 2\Pi(2.34) - 1 \simeq 2 * 0.9904 - 1 = \boxed{0.9808}$$