CORRIGE CONTRÔLE CONTINU A

L3AES-Statistique

23/2/2015

1 EXERCICE-1

1. $P(X=k)=\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$ soit ici : $P(X=k)=\dfrac{3^k}{k!}e^{-3}$et $P(X=1)=3e^{-3}=0.149\,4$
2. $P(A)=P(X\leq 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=e^{-3}\left(1+3+\dfrac{3^2}{2}+\dfrac{3^3}{3!}+\dfrac{3^4}{4!}\right)=\frac{131}{8}e^{-3}=0.815\,3$
3. $P(B)=P(X\geq 2)=1-(P(X=0)+P(X=1))=1-e^{-3}(1+3)=1-4e^{-3}=0.800\,9$
4. $P(A\cap B)=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=e^{-3}\left(\dfrac{3^2}{2}+\dfrac{3^3}{3!}+\dfrac{3^4}{4!}\right)=\frac{99}{8}e^{-3}=0.616\,1$

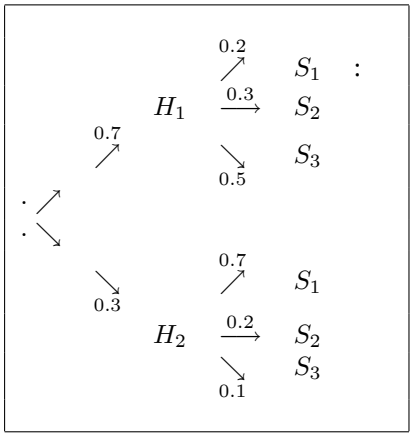
   $P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{131}{8}e^{-3}+1-4e^{-3}-\frac{99}{8}e^{-3}=1$,ce qui est logique.....car $X\leq 4\Leftrightarrow X\in\{0.1.2.3.4\}$ et $X\geq 2\Leftrightarrow X\in\{2.3.4;5;.....\}$ et donc $A\cup B=X\in\{0;1;2.3.4;5;.....\}=\Omega$.

2 EXERCICE-2 $(3.pts$

1. Il s'agit d'un schéma de Bernoulli, car on répète 40 fois, de façons indépendantes, une expérience de Bernoulli ; on appelle "succès", le candidat donne la bonne réponse à une question , avec $p=\dfrac{1}{4}$ et q,la probabilité d'un échec, égale à $\dfrac{3}{4}$.On sait alors que le nombre X de succès, suit la loi binomiale $B\left(40;\dfrac{1}{4}\right)$,définie par :

   $P(X=k)=\binom{n}{k}*p^k*q^{n-k}=\boxed{\binom{40}{k}\left(\dfrac{1}{4}\right)^k*\left(\dfrac{3}{4}\right)^{40-k}}$
2. $P(X=3)=\binom{40}{3}\left(\dfrac{1}{4}\right)^3*\left(\dfrac{3}{4}\right)^{37}=3.680\times 10^{-3}$.
3. $E(X)=np=\boxed{10}$ et $\sigma(X)=\sqrt{npq}=\sqrt{40*0.25*0.75}=2.74$

3 EXERCICE-3

1. 

2. $P\ (S_1) = P\,(H_1) * P_{H_1}\,(S_1) + P\,(H_2) * P_{H_2}\,(S_1) = 0.7 * 0.2 + 0.3 * 0.7 = \boxed{0.35}$, en utilisant le théorème des probabilités totales.On obtient de même : $P\ (S_2) = 0.7 * 0.3 + 0.3 * 0.2 = \boxed{0.27}$ et $P\ (S_3) = 0.7 * 0.5 + 0.3 * 0.1 = \boxed{0.38}$

3. On doit calculer : $P_{S_2}\,(H_1) = \dfrac{P\,(H_1 \cap S_2)}{P\,(S_2)} = \dfrac{0.7 * 0.3}{0.27} = \boxed{0.777\,8}$; il s'agit du théorème de Bayes.

4 EXERCICE-4

1. La fonction de répartition de X est donnée par : $\begin{cases} F\,(x) = 0 \text{ si } x \in \,]-\infty; a[\\ F\,(x) = \frac{x-a}{b-a} \text{ si } x \in [a; b] \\ F\,(x) = 1 \text{ si } x \in \,]b; +\infty[\end{cases}$ soit $\begin{cases} F\,(x) = 0 \text{ si } x \in \,]-\infty; 2[\\ F\,(x) = \dfrac{x-2}{18} \text{ si } x \in [2; 20] \\ F\,(x) = 1 \text{ si } x \in \,]20; +\infty[\end{cases}$

2. Il s'agit de l'espérance, donnée par : $E\,(X) = \dfrac{a+b}{2} = 11$

3. On note A l'événement : " le temps d'attente est inférieur ou égal à $6mn$".Calculer $P\,(A) = F\,(6) = \dfrac{6-2}{18} = \frac{2}{9} = 0.222\,2$

4. On note B l'événement : " le temps d'attente est supérieur ou égal à $5mn$".Calculer $P\,(B) = 1 - P(X < 5) = 1 - \dfrac{5-2}{18} = \frac{5}{6} = 0.833\,3$

5. On peut calculer : $P\,(A \cap B) = P(5 \leq X \leq 6) = F\,(6) - F\,(5) = \frac{2}{9} - \dfrac{5-2}{18} = \frac{1}{18} = 5.56 \times 10^{-2}$ et $P\,(A) * P\,(B) = \frac{2}{9} * \frac{5}{6} = \frac{5}{27}$, : $0.185\,2$; on conclut que les événements A et B sont dépendants car $P\,(A \cap B) \neq P\,(A) * P\,(B)$