I EXERCICE-1

Dans une entreprise comprenant 250 salariés, le salaire moyen est de 2100 euros et son écart-type de 600 .

1. La masse salariale est donnée par : $M = n\overline{x} = 250 * 2100 = 525000$ euros
2. La direction décide de baisser les salaires de 3.25% et ensuite de verser une prime fixe de 70 euros.
   $y = (1 - 0.0325)x + 70 = 0.967\,5x + 70$,alors $\overline{y} = 0.967\,5\overline{x} + 70 = 0.967\,5 * 2100 + 70 = 2101.\,75$ euros et $\sigma(y) = 0.967\,5\sigma(x) = 0.967\,5 * 600 = 580.\,5$
3. Pour comparer la dispersion, on doit utiliser le coefficient de variation : $CV(x) = \frac{\sigma(x)}{\overline{x}} = \frac{600}{2100} = 0.285\,7$ et comparer avec $CV(y) = \frac{\sigma(y)}{\overline{y}} = \frac{580.5}{2101.\,75} = 0.276\,2$,ce qui montre que la série des nouveaux salaires est moins dispersée.

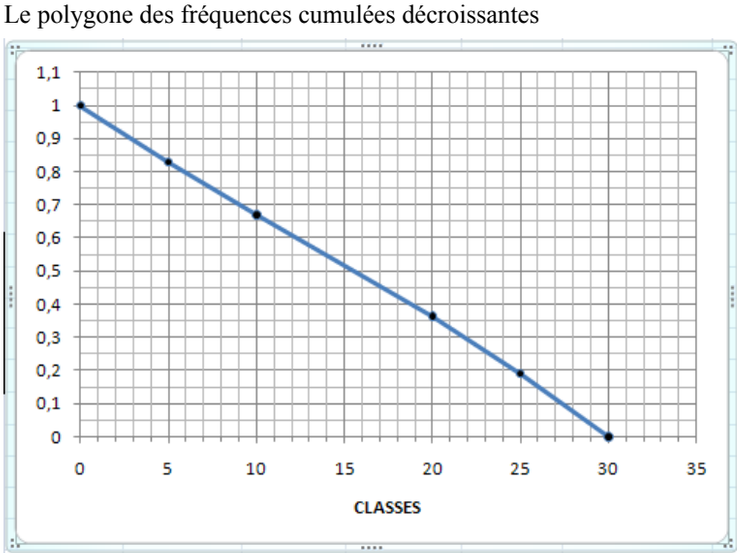
II EXERCICE-2

1. Les classes étant d'amplitudes inégales, on utilise la densité, $d_i = \dfrac{n_i}{A_i}$ ou les effectifs corrigés $n_{icor} = 5d_i$, 5 étant l'amplitude minimale de classe.

a_i	b_i	n_i	x_i	A_i	d_i	$n_i$cor	nicd	ficd	nx	nx²
0	5	813 754	2,5	5	162750,8	813754	4757403	1,0000	2034385	5085962,5
5	10	757 668	7,5	5	151533,6	757668	3943649	0,8289	5682510	42618825
10	20	1 456 075	15	10	145607,5	728037,5	3185981	0,6697	21841125	327616875
20	25	822 939	22,5	5	164587,8	822939	1729906	0,3636	18516128	416612869
25	30	906 967	27,5	5	181393,40	906967	906967	0,1906	24941593	685893794
		4 757 403							73015740	1477828325

La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe $[25; 30[$ et le mode est calculé en considérant les classes encadrant la classe modale, ce qui donne avec les notations du cours : $\begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = 30 \end{cases}$, $\begin{cases} h = 906967 \\ h_1 = 822939 \text{ et } h_2 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} k_1 = h - h_1 = 906967 - 822939 = 840 \\ k_2 = h - h_2 = 906967 \end{cases}$: . et pour conclure :
$M_o = \dfrac{k_2x_1 + k_1x_2}{k_2 + k_1} = \dfrac{25 * 906967 + 84028 * 30}{906967 + 84028} = 25.42$; comme prévu, le mode est très proche de 25, car il est attiré par la classe de gauche, de densité plus importante.

2. Le polygone des fréquences cumulées décroissantes



Ce graphique permet d'estimer Q_1 à environ 23, en prenant l'intersection du polygone des effectifs cumulés croissants avec la droite horizontale : $y = 0.25$.

Corrigé contrôle continu de statistique : sujet A

3. Calcul de Me : on localise Me dans la classe $[10\,;20[$ (la fréquence cumulée décroissante passe le seuil des 50%), puis on effectue une interpolation linéaire :
$\dfrac{0.3636-0.6697}{20-10}=\dfrac{0.50-0.6697}{Me-10}$ soit $Me-10=10\dfrac{0.50-0.6697}{0.3636-0.6697}$ soit $Me=10+10\dfrac{0.50-0.6697}{0.3636-0.6697}=15.54$; Il y a donc 50% de la population d'île de France de moins de 30 ans qui avait moins de 15.54 ans en 2008.

4. La moyenne est donnée par : $\overline{x}=\dfrac{1}{n}\sum n_i x_i=15.35$; $V(x)=\dfrac{1}{n}\sum n_i x_i^2-\overline{x}^2=75.08$ et $\sigma(x)=\sqrt{V(x)}\simeq 8.66$

5. $\overline{x}+\sigma(x)=15.35+8.66=24.01$
$\overline{x}-\sigma(x)=15.35-8.66=6.69$; on doit donc estimer les effectifs correspondant aux intervalles : $[6.69;10[$, $[10;20[$, $[20;24.01[$.
Pour les intervalles ne correspondant pas à une classe entière, on multiplie la densité correspondante par l'amplitude de l'intervalle, d'après la formule : $n_i=A_i*d_i$.

	Amplitude	densité	Effectif estimé
[6.69;10[	3,31	151533,6	501576,216
[10;20[			1 456 075
[20;24.01[	4,01	164587,8	659997,078
			2617648,29

ce qui donne une proportion de : $\frac{2617648.29}{4757403}=0.550\,2$ soit 55.02%.

III EXERCICE-3(5 pts)

1. Soit X le temps nécessaire à un étudiant pour terminer l'épreuve ; X suit la loi $\mathcal{N}(90;15)$; on se ramène à la loi normale centrée réduite en standardisant :
on pose $Z=\frac{X-90}{15}$, **on sait alors que Z suit la loi normale centrée réduite** : $E(Z)=0$ et $\sigma(Z)=1$; on peut alors utiliser la table de la fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0;1)$, ce qui donne : $P(X<120)=P\left(Z<\frac{120-90}{15}\right)=P(Z<2)=\boxed{0.9772}$ soit 97.72%. Si n désigne le nombre d'étudiants terminant l'épreuve en moins de deux heures on estime ainsi : $\frac{n}{240}\simeq 0.9772$ soit $n\simeq 0.9772*240\simeq\boxed{235}$

2. $P(X\geq 100)=1-P(X<100)=1-P\left(Z<\frac{100-90}{15}\right)=1-P(Z<0.67)=1-F(0.67)\simeq 1-0.7486=\boxed{0.251\,4}$

3. $P(60\leq X\leq 120)=P\left(\frac{60-90}{15}\leq Z\leq\frac{120-90}{15}\right)=P(-2\leq Z\leq 2)=2F(2)-1\simeq 2*0.97725-1=\boxed{0.954\,5}$