Corrige contrôle continuB

L2MATH

NOV2011

1 EXERCICE-1

1. Les codes
   a. On choisit 6 lettres distinctes et on les ordonne : arrangements $A_{26}^{6}=\binom{26}{6}*6!=1.\,657\,656\times 10^{8}$

   b. On place un e à la fin, il reste à choisir 5 lettres parmi 25 et à les ordonner : $A_{25}^{5}=\binom{25}{5}*5!=6375600.$

2. Les cartes
   a. $Card\ \Omega=\binom{52}{4}=270725.$; soit A l'événement : "obtenir 2 rois", $P\ (A)=\dfrac{\binom{4}{2}*\binom{48}{2}}{\binom{52}{4}}=0.025$

   b. Soit B l'événement : "obtenir 4 cartes noires", alors $P\ (B)=\dfrac{\binom{26}{4}}{\binom{52}{4}}=5.\,52\times 10^{-2}$

   c. On doit calculer $P\,(A\cup B)$. On étudie l'événement $A\cap B$: obtenir 2 dames et 4 cartes noires, soit obtenir les deux dames noires (pique et treifle) et deux autres cartes noires ; cet événement n'est pas vide, on azpplique donc la formule de Poincaré : $P\,(A\cup B)=P\ (A)+P\ (B)-P\,(A\cap B)$; $P\,(A\cap B)=\dfrac{\binom{2}{2}*\binom{24}{2}}{\binom{52}{4}}=1.\,02\times 10^{-3}$ et $P\,(A\cup B)=0.025+5.\,52\times 10^{-2}-1.\,02\times 10^{-3}=0.079\,2$

3. Le questionnaire
   a. $Card\,\Omega=2^{6}=64.$

   b. Il y a $\binom{6}{2}$ façons de placer les deux oui, soit 15.

4. $\boxed{(a+b)^{n}=\sum\limits_{k=1}^{k=n}\binom{n}{k}a^{k}*b^{n-k}}$ soit $(a+b)^{5}=a^{5}+5a^{4}b+10a^{3}b^{2}+10a^{2}b^{3}+5ab^{4}+b^{5}$

   $(4x+3)^{5}=1024x^{5}+3840x^{4}+5760x^{3}+4320x^{2}+1620x+243$

2 EXERCICE-2

$C(q) = 0.35q^3 - 50q^2 + 6300q + 525000$ pour $q \geq 0$

1. $C_m(q) = C'(q) = 1.05q^2 - 100q + 6300$, donc $C_m(50) = 1.05 * 50^2 - 100 * 50 + 6300 = 3925$. ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 51 éme unité.

2. Calculer le coût moyen en $C_M(q) = \frac{0.35q^3 - 50q^2 + 6300q + 525000}{q}$ et $C_M(50) = \frac{0.35 * 50^3 - 50 * 50^2 + 6300 * 50 + 525000}{50} = 15175$.

3. $E_{C/q} = \frac{qC'}{C} = \dfrac{C_m}{C/q} = \dfrac{C_m}{C_M}$ soit $E_{C/q}(10) = \frac{3925}{15175} = 0.258\,6$; si à partir d'une quantité de 50, q augmente de 1%, alors la variation prévisible du coût est de 0.26%.

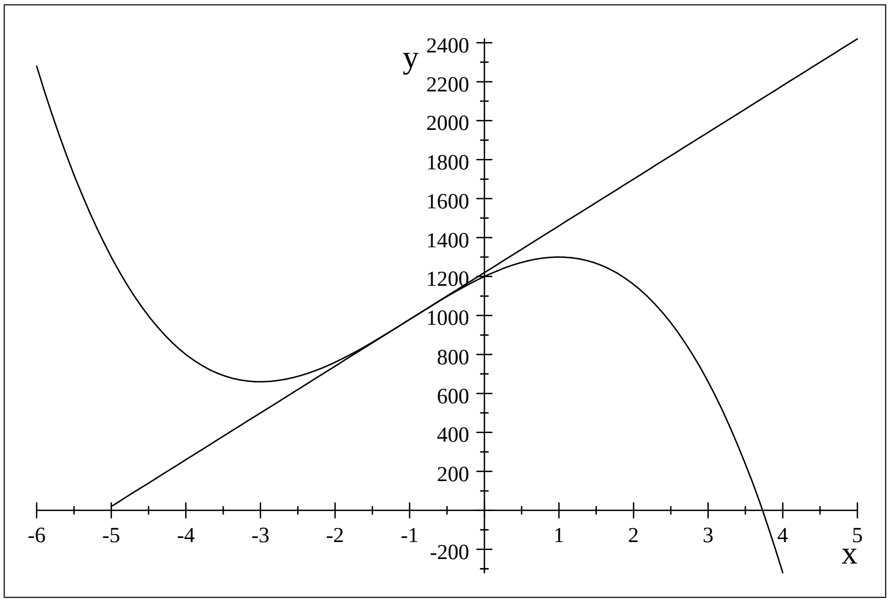
3 EXERCICE-3

1. L e domaine est $]-\infty; +\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $-20x^3$, donc $+\infty$ à $-\infty$ et $-\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'(x) = -60x^2 - 120x + 180 = -60(x+3)(x-1)$ (après calcul du discriminant et des racines) ; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	660	$\nearrow$	1300	$\searrow$	$-\infty$

2. Convexité : $f"'(x) = -120x - 120$, ce qui montre que la dérivée seconde s'annule en -1, est négative sur $]-1; +\infty[$ et positive sur $]-\infty; -1[$ la fonction est convexe sur $]-\infty; -1[$ et concave sur $]-1; +\infty[$; il y a un point d'inflexion $I(-1; 980)$.

3. La tangente en I a pour équation : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ soit ici : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ soit $y = 240(x+1) + 980$ soit $y = 240x + 1220$

4. 

4 EXERCICE-4

1. $f\left(x;y\right)=-3x^3y^2+3y+\dfrac{x^2}{2}+2x^3y^{\frac{3}{2}}+\dfrac{3}{2}$. $\begin{cases} f'_x\left(x;y\right)=-9x^2y^2+x+2*3x^2y^{\frac{3}{2}}=-9x^2y^2+x+6x^2y^{\frac{3}{2}} \\ f'_y\left(x;y\right)=-6x^3y+3+2*\dfrac{3}{2}x^3y^{\frac{1}{2}}=-6x^3y+3+3x^3y^{\frac{1}{2}} \end{cases}$

$$\begin{cases} f''_{x^2}\left(x;y\right)=-18xy^2+1+12xy^{\frac{3}{2}} \\ f''_{y^2}\left(x;y\right)=-6x^3+\dfrac{3}{2}x^3y^{-\frac{1}{2}} \\ f''_{xy}\left(x;y\right)=f''_{yx}\left(x;y\right)=-18x^2y+9x^2y^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$