Corrige contrôle continuA

L2MATH

NOV2011

1 EXERCICE-1

1. Les codes
   a. On choisit 5 lettres distinctes et on les ordonne : arrangements $A_{26}^{5} = \binom{26}{5} * 5! = 7893600$

   b. On place un a en tête, il reste à choisir 4 lettres parmi 24 et à les ordonner : $A_{25}^{4} = \binom{25}{4} * 4! = 303600$;

2. Les cartes
   a. $Card\ \Omega = \binom{32}{4} = 35960$; soit A l'événement : "obtenir 2 rois", $P(A) = \dfrac{\binom{4}{2} * \binom{28}{2}}{\binom{32}{4}} = \boxed{0.0631}$

   b. Soit B l'événement : "obtenir 4 cartes rouges", alors $P(B) = \dfrac{\binom{16}{4}}{\binom{32}{4}} = 0.0506.$

   c. On doit calculer $P(A \cup B)$. On étudie l'événement $A \cap B$: obtenir 2 rois et 4 cartes rouges, soit obtenir les deux rois rouges (coeur et carreau) et deux autres cartes rouges ; cet événement n'est pas vide, on azpplique donc la formule de Poincaré : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; $P(A \cap B) = \dfrac{\binom{2}{2} * \binom{14}{2}}{\binom{32}{4}} = 2.53 \times 10^{-3}$ et $P(A \cup B) = 0.0631 + 0.0506 - 2.53 \times 10^{-3} = 0.1112.$

3. Le questionnaire
   a. $Card\ \Omega = 2^5 = 32$

   b. Il y a $\binom{5}{3}$ façons de placer les trois oui, soit 10.

4. $\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=1}^{k=n} \binom{n}{k} a^k * b^{n-k}}$ soit $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

   $(5x+1)^4 = (5x+1)^4 = 625x^4 + 500x^3 + 150x^2 + 20x + 1$

2 EXERCICE-2

$C(q) = 0.7q^3 - 10q^2 + 1260q + 105000$ pour $q \geq 0$

1. $C_m(q) = C'(q) = 2.1q^2 - 20q + 1260$, donc $C_m(10) = 2.1 * 100 - 200 + 1260 = 1270$ ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 11 éme unité.

2. Calculer le coût moyen en $C_M(q) = \frac{0.7q^3 - 10q^2 + 1260q + 105000}{q}$ et $C_M(10) = \frac{0.7*1000 - 1000 + 12600 + 105000}{10}. = 11730$

3. $E_{C/q} = \frac{qC'}{C} = \dfrac{C_m}{C/q} = \dfrac{C_m}{C_M}$ soit $E_{C/q}(10) = \frac{1270}{11730} = 0.11$; si à partir d'une quantité de 10, q augmente de 1%, alors la variation prévisible du coût est de 0.11%.

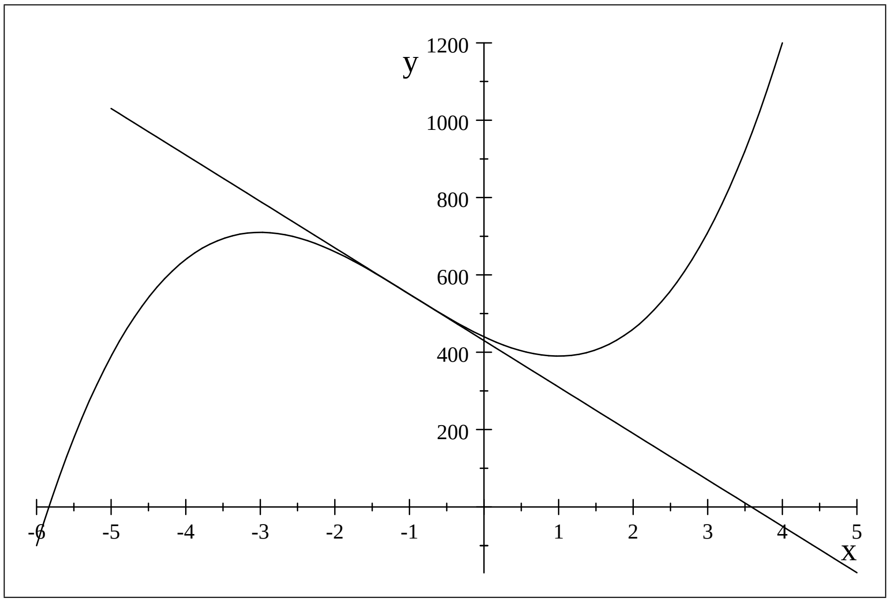
3 EXERCICE-3

1. L e domaine est $]-\infty; +\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $10x^3$, donc $+\infty$ à $+\infty$ et $-\infty$ à $-\infty$. La dérivée est : $f'(x) = 30x^2 + 60x - 90 = 30(x+3)(x-1)$; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			720				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				400		

2. Convexité : $f"'(x) = 60x + 60$, ce qui montre que la dérivée seconde s'annule en -1, est positive sur $]-1; +\infty[$ et négative sur $]-\infty; -1[$ la fonction est convexe sur $]-1; +\infty[$ et concave sur $]-\infty; -1[$; il y a un point d'inflexion $I(-1; 560)$.

3. La tangente en I a pour équation : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ soit ici : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ soit $y = -120(x+1) + 560$ soit $y = -120x + 440$

4. 

4 EXERCICE-4

1. $f(x;y) = xy^2 + 3y + \frac{x^2}{2} + 2x^{\frac{3}{2}}y^2 + \frac{3}{2}$. $\begin{cases} f'_x(x;y) = y^2 + x + 2 * \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}y^2 = y^2 + x + 3x^{\frac{1}{2}}y^2 \\ f'_y(x;y) = 2xy + 3 + 4x^{\frac{3}{2}}y \end{cases}$

$$\begin{cases} f''_{x^2}(x;y) = 1 + 3 * \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^2 \\ f''_{y^2}(x;y) = 2x + 4x^{\frac{3}{2}} \\ f''_{xy}(x;y) = f''_{yx}(x;y) = 2y + 6x^{\frac{1}{2}}y \end{cases}$$