

## I EXERCICE-1

Dans le cadre de l'apprentissage d'une langue, on estime que le nombre de mots nouveaux qu'un individu moyen peut apprendre par jour est donné en fonction de son âge  $t$  par la fonction :

$$L(t) = 10te^{-0.05t}, \text{ avec } 2 \leq t \leq 70.$$

1. Etudier les variations de cette fonction. Dresser le tableau de variations.
2. Etudier la concavité et préciser l'existence d'éventuels points d'inflexion.
3. Tracer la courbe représentative, pour  $t \in [2; 70]$ .

## II EXERCICE-2

1. On considère un jeu de cartes de 52 cartes. On tire au hasard 2 cartes de ce jeu et on appelle black jack, deux cartes dont l'une est un as et la deuxième un 10, un valet, une dame ou un roi.  
Quelle est la probabilité d'obtenir un black jack ?
2. L'ADN est constitué d'une séquence de bases azotées notées T, A, G et C.
  - a. Quel est le nombre possible de séquences distinctes de 100 bases ?
  - b. Combien de ces séquences comportent 40 T et 60 A .

	H	F
C	35	15
E	230	220

3. Le tableau suivant donne la répartition du personnel d'une entreprise suivant le sexe (H et F) et la fonction, cadre (C) ou employé (E). Si l'on prend au hasard un CV. d'un membre du personnel, quelle est la probabilité que ce soit le CV d'un employé ou d'un homme ?

## III EXERCICE-3

Un monopole vend deux produits dont la fonction de profit est donnée par : ( $x$  et  $y$  quantités demandées respectives des deux biens):

$$B(x; y) = -3x^2 - 2y^2 - 2xy + 50x + 30y - 20$$

1. Déterminer les dérivées partielles premières et les éventuels points critiques.
2. Déterminer les dérivées partielles secondes.
3. Déterminer le volume de production de chaque bien qui maximise le profit.

## IV EXERCICE-4

On considère la fonction de demande du bien  $X$  donnée en fonction des prix respectifs,  $p_x$  et  $p_y$  des biens  $X$  et  $Y$ , par :

$$D_X = 8000 - 7p_x^{\frac{5}{3}} + 8p_y^{\frac{7}{2}}$$

Donner pour  $p_x = 8$  et  $p_y = 16$ , l'élasticité croisée de la demande du bien  $X$  par rapport au prix  $p_y$  ; interpréter le résultat.

## V EXERCICE-5

1. Soit  $A = \begin{bmatrix} 0.65 & -0.32 \\ -0.4 & 0.62 \end{bmatrix}$

Justifier que  $A$  est inversible et calculer l'inverse de  $A$  (précision  $10^{-2}$ ).

2. Une économie fermée à deux branches,  $b_1, b_2$ , est caractérisée par le tableau d'entrées-sorties suivant :

Ventes à de	$b_1$	$b_2$	Demande finale	Production totale
$b_1$	63	70.4	46.6	180
$b_2$	72	83.6	64.4	220

- a. Déterminer le vecteur de demande finale  $D = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$  et la matrice  $A = [a_{ij}]$  des coefficients techniques de production.

- b. Déterminer la production totale nécessaire à la satisfaction du nouveau vecteur de demande finale :  $D' = \begin{bmatrix} 57 \\ 75 \end{bmatrix}$ .