LE SUJET..........

I EXERCICE-1(4 points)

On considère la fonction de demande : $p = 8.25e^{-0.02q}$, $q \in [0; +\infty[$

1. Exprimer la fonction de demande sous la forme $q = f\left(p\right)$ et calculer la demande pour $p = 10$.
2. Exprimer la fonction $R\left(q\right)$ représentant la recette et déterminer la quantité et le prix qui maximiseront R.
3. Etudier la convexité de la fonction R. Préciser l'existence éventuelle d'un point d'inflexion.
4. Dresser le tableau de variations de la fonction R et tracer la courbe sur $[0; 150]$.

II EXERCICE-2(4 points)

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ par : $f\left(x; y\right) = xy + 3y + \dfrac{x^2}{2} + 2y^2 + \dfrac{3}{2}$.
Déterminer les extrema éventuels de cette fonction.

III EXERCICE-3(3 points)

1. Dans un groupe de 40 personnes, la répartition suivant le sexe et la langue maternelle est donnée par le tableau suivant :

LANGUE / SEXE	Anglais	Français
M	25	5
F	0	10

On constitue une équipe de basket de 5 joueurs; on considère les événements suivants : $F =$ " 2 joueurs au moins sont de sexe masculin" et $G =$ " 1 joueur est du groupe Anglais "

Calculer les probabilités des événements : F; G; $\overline{F} \cap G$; $F \cap G$ et $F \cup G$.

IV EXERCICE-4 (3 points)

Soient les matrices $A = \begin{bmatrix} 18 & -1 \\ -2 & 36 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} \frac{18}{323} & \frac{1}{646} \\ \frac{1}{323} & \frac{9}{323} \end{bmatrix}$

1. Démontrer que A est inversible et calculer A^{-1}, puis vérifier que $A^{-1} = B$.
2. Les conditions d'équilibre de deux marchés, la viande de porc et celle de boeuf sont données par : $\begin{cases} 18p_b - p_p = 87 \\ -2p_b + 36p_p = 98 \end{cases}$

   Mettre ce système sous forme matricielle et le résoudre en utilisant la question 1.

V EXERCICE-5 (6 points)

On considère la matrice des transactions intersectorielle donnée par le tableau suivant, pour une économie *constituée* de trois secteurs.

Ventes de ↓ / à →	*Secteur 1*	*Secteur 2*	*Secteur 3*	*Demande finale*
1-Secteur primaire	20	40	20	20
2-Secteur secondaire	10	30	50	110
3-Secteur tertiaire	30	20	10	40

⊙.Préciser les formules utilisées ; les résultats numériques seront donnés à 0.001 près.

1. Déterminer la production totale de chaque secteur.
2. Déterminer la matrice A des coefficients techniques de production.
3. Déterminer la demande finale que permet de satisfaire une production totale $X = \begin{bmatrix} 150 \\ 250 \\ 150 \end{bmatrix}$
4. On doit satisfaire la nouvelle demande finale $D = \begin{bmatrix} 40 \\ 150 \\ 60 \end{bmatrix}$;
   a. Ecrivez l'équation matricielle donnant le vecteur de production totale X .(donnez la sous la forme : $BX = D$,où B désigne une matrice à préciser).
   b. Démontrer que B est inversible.

c. On admet que $B^{-1} = \begin{bmatrix} 715/471 & 200/471 & 90/157 \\ 80/157 & 220/157 & 140/157 \\ 265/471 & 140/471 & 220/157 \end{bmatrix}$. Déterminer X.