CORRIGE DU TRAINING PARTIEL

I EXERCICE 1

Corrigé en cours.

II EXERCICE-2

1. On trouve : $\overline{X} = 582.8$ et $\overline{Y} = 365.5$.

	X	Y
Moyenne	**582.8**	**365.5**
Ecart-type	**26.06**	**34.40**
Variance	**678.96**	**1183.05**

2.

x_i	y_i	x_iy_i
525	325	170625
554	362	200548
575	315	181125
579	355	205545
585	325	190125
586	370	216820
590	390	230100
608	420	255360
610	410	250100
616	383	235928
5828	3655	2136276

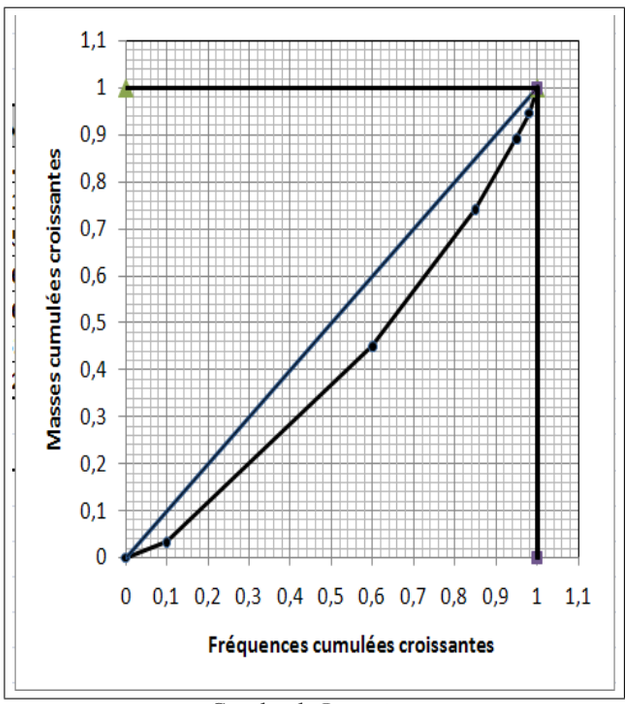
La covariance peut se calculer avec la formule : $Cov\,(x;y) = \frac{1}{n}\sum x_iy_i - \overline{x} * \overline{y} = \frac{2136276}{10} - 582.8 * 365.5 \simeq 614.2$.

3. On trouve : $\widehat{y} = \widehat{a}x + \widehat{b} = 0.9046x - 161.71$
4. $\widehat{a} \simeq 0.9046$, représente en roupies, la variation(augmentation) de la dépense alimentaire quand la dépense totale augmente de 1 roupie.
5. $e_7 = y_7 - \widehat{y_7} = 390 - (0.9046 * 590 - 161.71) \simeq 18$.
6. $R^2 = \frac{\text{Variance expliquée}}{\text{Variance totale}} = \frac{V(\widehat{y})}{V(y)} \simeq 0.4696$; ce coefficient donne la part de la variation totale expliquée par le modèle, ici 46.96%.
7. L'équation de l'analyse de la variance est : $\mathbf{SCT} = \mathbf{SCE} + \mathbf{SCR}$; on en déduit : $\mathbf{SCR} = \mathbf{SCT} - \mathbf{SCE}$
   On sait que : $SCT = nV(y) = 10 * 1183.05 = 11830.5$; $\mathbf{SCE} = R^2SCT = 0.4696 * 11830.5 = 5555.60$; soit $\mathbf{SCR} = 11830.5 - 5555.60 = 6274.9$
8. $\widehat{y}\,(650) = 0.9046 * 650 - 161.71 \simeq 426.28$ roupies

III EXERCICE-3

1. On localise la médiane grâce aux fréquences cumulées croissantes, dans la classe $[10;15[$, puis on la détermine par interpolation linéaire, entre les points : $A\,(10;0.10)$ et $B\,(15;0.60)$, ce qui donne : $\frac{0.60-0.10}{15-10} = \frac{0.50-0.10}{Me-10}$ soit : $Me - 10 = \frac{0.40*5}{0.50}$ soit $Me = 14.50\%$ des salaires de cette entreprise sont inférieurs à 14 K€.
2. Indice de Gini
   Les calculs sont présentés dans le tableau, les S_i sont les aires des trapèzes situés sous la courbe de Gini, ce qui donne pour l'aire de concentration : $A = 0.5 - 0.4002 = 0.0998$ et pour l'indice de Gini : $I_G = 2 * A \simeq 2 * 0.0998 = 0.1996$; cet indice est toujours compris entre 0 et 1 ; ici il est plus proche de 0 que de 1, ce qui traduit une concentration assez faible.

Salaires	n_i	f_i	$f_i cc$	x_i	$f_i x_i$	q_i	$q_i cc$	S_i
[0;10[	10	0.1	0.10	5	0.5	0.0333	0.0333	0.0017
[10;15[	50	0.5	0.60	12.5	6.25	0.4167	0.4500	0.1208
[15;20[	25	0.25	0.85	17.5	4.375	0.2917	0.7417	0.1490
[20;25[	10	0.1	0.95	22.5	2.25	0.1500	0.8917	0.0817
[25;30[	3	0.03	0.98	27.5	0.825	0.0550	0.9467	0.0276
[30;50[	2	0.02	1.00	40	0.8	0.0533	1.0000	0.0195
	100				15	1.0000		0.4002
Indice de	0.1997							



Courbe de Lorentz

3. La médiale se détermine comme la médiane à partir des masses cumulées croissantes. On la localise dans la classe $[15;20[$, puis on la détermine par interpolation linéaire, entre les points : $A(15;0.45)$ et $B(20;0.7417)$: $\dfrac{0.7417-0.45}{20-15} = \dfrac{0.50-0.45}{Ml-15}$ soit : $Ml = \dfrac{0.05*5}{0.2917} + 15 \simeq 15.86$. Les salariés ayant un salaire inférieur à 15.86 K€ se partagent la moitié de la masse salariale.
4. La médiale est supérieure à la médiane, ce qui est toujours le cas ; les salarés ayant un salaire inférieur à la médiane représentent 50% de l'effectif total et constituent les "bas salaires", ils se partagent donc une part de la masse salariale inférieure à 50%.

IV EXERCICE-4

1. On commence par se ramener à la loi normale centrée réduite : on pose $Z = \frac{X-20}{8}$;on sait alors que cette variable aléatoire suit la loi normale centrée réduite : $\mathcal{N}(0;1)$; on peut alors utiliser la table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite : $P(12 < X < 28) = P\left(\frac{12-20}{8} < Z < \frac{28-20}{8}\right) = P(-1 < Z < 1) = F(1) - F(-1) = F(1) - (1 - F(1)) = 2F(1) - 1 = 2 * 0.8413 - 1 = 0.682\,6$ soit 68.26%.
2. $P(X > 12) = P\left(Z > \frac{12-20}{8}\right) = P(Z > -1) = P(Z < 1) = F(1) = 0.8413$ (par symétrie)
3. $P(X < 5) = P\left(Z < \frac{5-20}{8}\right) = P(Z < -1.88) = P(Z > 1.88) = 1 - F(1.88) = 1 - 0.97 = 0.03$
4. **Nouveau texte** : $y = 7x + 20$;alors $E(y) = 7E(x) + 20 = 7 * 20 + 20 = 160$ et $\sigma(y) = 7\sigma(x) = 7 * 8 = 56$; $Z = \frac{X-160}{56}$ et $P(Y < 130) = P\left(Z < -\frac{30}{56}\right) = P(Z < -0.54) = P(Z > 0.54) = 1 - F(0.54) = 1 - 0.7054 = 0.294\,6$