

## TD9 Exercice 2

## I LA METHODE

## 1. Le graphique

On trace le nuage de points en reliant les points pour  $t$  variant de 1 à 24 (années 2004 et 2005) ; la forme guide en général le choix entre les modèles additif et multiplicatif. Ici la forme conique fait pencher pour un modèle multiplicatif, on a traité à titre pédagogique les deux modèles dans le corrigé.

## 2. Le trend (tendance longue)

a	b
-0.0879	16.55565

Le trend est déterminé ici par la méthode MCO ; on trouve ici :  $f_t = -0.0879t + 16.5557$

## 3. Ecart saisonniers

Pour chaque date  $t$ , à partir de  $t = 1$ , jusqu'à  $t = 24$ , on calcule l'écart saisonnier  $s_t$  défini comme :

## a. Modèle Additif

La différence entre la série brute ( $y_t$ ) et le trend :  $s_t = y_t - f_t$

## b. Modèle Multiplicatif

Le quotient entre la série brute ( $y_t$ ) et le trend :  $s_t = y_t / f_t$

## 4. Coefficients saisonniers

On définit alors pour chaque "saison"  $i$ , ici des mois,  $i$  variant de 1 à 12 le coefficient saisonnier  $S_i$ , obtenu en effectuant la moyenne arithmétique des écarts saisonniers de la saison  $i$  : par exemple  $S_1 = \frac{s_1 + s_{13}}{2}$ , pour le coefficient saisonnier de janvier.

## 5. Série corrigée des variations saisonnières (CVS)

a. On forme la série  $y_{cvs}$  obtenue en éliminant la composante saisonnière (par soustraction dans le modèle additif et division dans le modèle multiplicatif).

## b. Modèle Additif

$y_{cvs}(t) = y(t) - S_i$ ,  $i$  étant la saison relative à la date  $t$ .

## c. Modèle Multiplicatif

$y_{cvs}(t) = y(t) / S_i$ ,  $i$  étant la saison relative à la date  $t$ .

6. La série ajustée  $\hat{y}_t$ 

Elle sert à faire des prévisions donc à extrapoler. On obtiendra une prévision pour une date  $t$  en "composant" le trend et le coefficient saisonnier :

## a. Modèle Additif

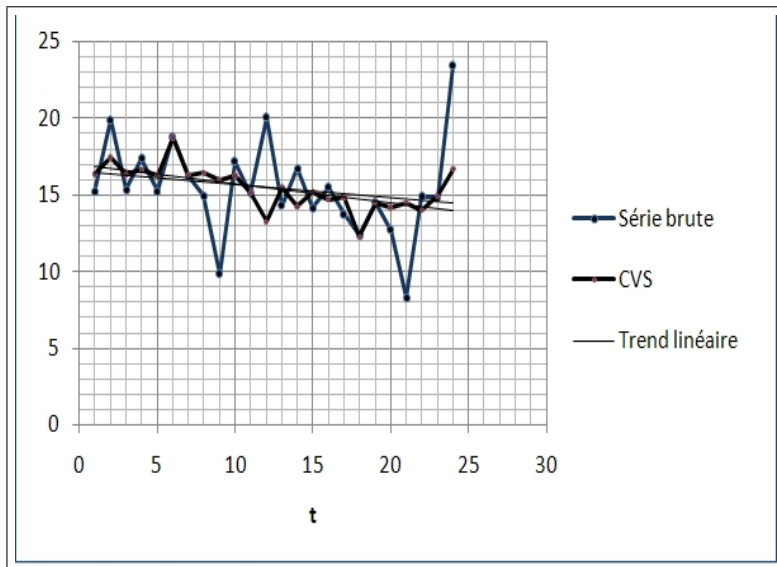
$\hat{y}_t = f_t + S_i$ ,  $i$  étant la saison relative à la date  $t$ .

## b. Modèle Multiplicatif

$\hat{y}_t = f_t * S_i$

## II CORRIGE

## 1. Modèle Additif



Modèle Additif							
	t	$y_t$	trend : $f_t$	$s_t$	$S_t$	$y_{CVS} = y_t - S_t$	$\hat{y}_t = f_t + S_t$
Janvier	1	15.18	16.4678	-1.2878	-1.2007	16.3807	15.2671
Février	2	19.94	16.3799	3.5601	2.4922	17.4478	18.8721
Mars	3	15.34	16.2921	-0.9521	-1.0100	16.3500	15.2821
Avril	4	17.4	16.2042	1.1958	0.7779	16.6221	16.9821
Mai	5	15.23	16.1164	-0.8864	-1.0893	16.3193	15.0271
Juin	6	18.83	16.0285	2.8015	0.0936	18.7364	16.1221
Juillet	7	16.26	15.9407	0.3193	-0.0336	16.2936	15.9071
Août	8	14.98	15.8528	-0.8728	-1.4707	16.4507	14.3821
Septembre	9	9.83	15.7650	-5.9350	-6.1779	16.0079	9.5871
Octobre	10	17.17	15.6771	1.4929	0.9000	16.2700	16.5771
Novembre	11	15.1	15.5893	-0.4893	-0.0872	15.1872	15.5021
Décembre	12	20.07	15.5014	4.5686	6.8057	13.2643	22.3071
Janvier	13	14.3	15.4136	-1.1136	-1.2007	15.5007	14.2129
Février	14	16.75	15.3257	1.4243	2.4922	14.2578	17.8179
Mars	15	14.17	15.2379	-1.0679	-1.0100	15.1800	14.2279
Avril	16	15.51	15.1500	0.3600	0.7779	14.7321	15.9279
Mai	17	13.77	15.0622	-1.2922	-1.0893	14.8593	13.9729
Juin	18	12.36	14.9743	-2.6143	0.0936	12.2664	15.0679
Juillet	19	14.5	14.8865	-0.3865	-0.0336	14.5336	14.8529
Août	20	12.73	14.7986	-2.0686	-1.4707	14.2007	13.3279
Septembre	21	8.29	14.7108	-6.4208	-6.1779	14.4679	8.5329
Octobre	22	14.93	14.6229	0.3071	0.9000	14.0300	15.5229
Novembre	23	14.85	14.5351	0.3149	-0.0872	14.9372	14.4479
Décembre	24	23.49	14.4472	9.0428	6.8057	16.6843	21.2529

Prévision : par exemple donnons une prévision pour mars 2006 ; nous devons calculer  $\hat{y}_{27} = -0.0879 * 27 + 16.5557 + S_3$ , soit  $\hat{y}_{27} = -0.0879 * 27 + 16.5557 - 1.01 \approx 13.17$

## 2. Modèle Multiplicatif

Modèle Multiplicatif							
	t	$y_t$	trend : $ft$	$s_t$	$S_t$	$y_{obs}=y_t/S_t$	$\hat{y}_t = ft * S_t$
Janvier	1	15.18	16.4678	0.9218	0.9248	16.4148	15.2290
Février	2	19.94	16.3799	1.2173	1.1551	17.2620	18.9211
Mars	3	15.34	16.2921	0.9416	0.9357	16.3934	15.2452
Avril	4	17.4	16.2042	1.0738	1.0488	16.5908	16.9946
Mai	5	15.23	16.1164	0.9450	0.9296	16.3833	14.9819
Juin	6	18.83	16.0285	1.1748	1.0001	18.8282	16.0301
Juillet	7	16.26	15.9407	1.0200	0.9970	16.3083	15.8934
Août	8	14.98	15.8528	0.9449	0.9026	16.5969	14.3084
Septembre	9	9.83	15.7650	0.6235	0.5935	16.5618	9.3570
Octobre	10	17.17	15.6771	1.0952	1.0581	16.2270	16.5882
Novembre	11	15.1	15.5893	0.9686	0.9951	15.1737	15.5135
Décembre	12	20.07	15.5014	1.2947	1.4603	13.7436	22.6370
Janvier	13	14.3	15.4136	0.9278	0.9248	15.4632	14.2541
Février	14	16.75	15.3257	1.0929	1.1551	14.5004	17.7033
Mars	15	14.17	15.2379	0.9299	0.9357	15.1431	14.2587
Avril	16	15.51	15.1500	1.0238	1.0488	14.7887	15.8890
Mai	17	13.77	15.0622	0.9142	0.9296	14.8127	14.0019
Juin	18	12.36	14.9743	0.8254	1.0001	12.3588	14.9758
Juillet	19	14.5	14.8865	0.9740	0.9970	14.5431	14.8423
Août	20	12.73	14.7986	0.8602	0.9026	14.1040	13.3569
Septembre	21	8.29	14.7108	0.5635	0.5935	13.9672	8.7313
Octobre	22	14.93	14.6229	1.0210	1.0581	14.1100	15.4727
Novembre	23	14.85	14.5351	1.0217	0.9951	14.9225	14.4644
Décembre	24	23.49	14.4472	1.6259	1.4603	16.0855	21.0975

Prévision : par exemple donnons une prévision pour mars 2006 ; nous devons calculer  $\hat{y}_{27} = (-0.0879 * 27 + 16.5557) * S_3$ , soit  $\hat{y}_{27} = (-0.0879 * 27 + 16.5557) * 0.9357 \simeq 13.27$