LE CORRIGE

I EXERCICE-1

1. $Card\,(\Omega) = \binom{20}{10} = 184\,756$
2. On note A l'événement : " le jury est composé exclusivement d'enseignants", alors $P\,(A) = \frac{\binom{12}{10}}{\binom{20}{10}} \simeq \boxed{3.\,6 \times 10^{-4}}$
3. Soit B :" le jury est composé pour moitié d'enseignants", alors $P\,(B) = \frac{\binom{12}{5} * \binom{8}{5}}{\binom{20}{10}} = \boxed{\frac{1008}{4199}} \simeq \boxed{24.0\,1\%}$
4. Soit C l'événement "au moins un mebre du milieu professionnel", alors $\overline{C} = A$ donc $P\,(C) = 1 - P\,(A) \simeq 1 - 3.\,6 \times 10^{-4} \simeq 0.999\,6$

II EXERCICE-2

1. $85000\,(1.0255)^n = 101384$ soit $(1.0255)^n = \frac{101384}{85000}$ soit : $\ln\,(1.0255)^n = \ln\left(\frac{101384}{85000}\right)$ ce qui donne : $n\ln\,(1.0255) = \ln\left(\frac{101384}{85000}\right)$soit $n = \frac{\ln\left(\frac{101384}{85000}\right)}{\ln\,(1.0255)} \simeq 7$ ans ;
2. : $\ln\,(5-x) + \ln\,(x+3) = \ln\,(x+5) + \ln\,(3)$ le domaine implique : $\begin{cases} 5-x > 0 \\ x+3 > 0 \quad soit\ D = \left]-3;5\right[\\ x+5 > 0 \end{cases}$; on a alors : $\ln\,(5-x)\,(x+3) = \ln 3\,(x+5)$ soit : $(5-x)\,(x+3) = 3\,(x+5)$ soit $-x^2 - x = 0$ soit $-x\,(x+1)$ donc $x = 0$ ou $x = -1$, les deux valeurs appartiennent au domaine donc : $S = \{-1;0\}$
3. $f\,(x) = \ln\left(\frac{3}{x^2+5}\right) = \ln\,(3) - \ln\left(x^2+5\right)$ alors $f'\,(x) = \frac{-2x}{x^2+5}$.

   La formule de l'élasticité est : $E_{y/x} = \frac{xy'}{y}$, ce qui donne : $E_{y/x} = \frac{x\frac{-2x}{x^2+5}}{\ln\left(\frac{3}{x^2+5}\right)} = \frac{-2x^2}{(x^2+5)\ln\left(\frac{3}{x^2+5}\right)}$; il reste à la calculer en 2 : $E_{y/x}\,(2) = \frac{-2*4}{9\ln\left(\frac{3}{9}\right)} = 0.81$. Interprétation : si à partir de 2, on augmente x de 1%, on s'attend en réaction à une hausse de y d'environ 0.81%.

III EXERCICE 3

1. $3*2*5 = 30$; il s'agit d'in produit cartésien.
2. $\binom{8}{2} = 28$; si l'on intègre l'ordre on aura A_8^2 possibilités.
3. Formule cf cours ; application : $((2x+3)^4 = 216x + 216x^2 + 96x^3 + 16x^4 + 81$

IV EXERCICE 4

On note E l'événement "être égyptien" et A "être du groupe A" ; d'après la formule de Poincaré : $P\,(A \cap B) = P\,(A) + P\,(B) - P\,(A \cup B)$, donc : $P\,(A \cap B) = 0.25 + 0.40 - 0.56 = \boxed{0.09}$

V EXERCICE 5

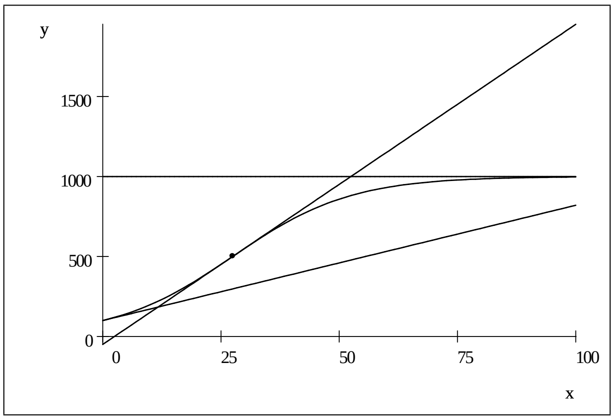
1. $P\,(1) = \frac{1000}{1+9e^{-0.08}} = 107.\,43$ et $P\,(5) \simeq \frac{1000}{1+9e^{-0.08*5}} = 142.\,19$ et $\frac{P\,(1)}{P\,(0)} = 1.0743$ donc une augmentation de 7.043%.

2. $\dfrac{1000}{1+9e^{-0.08t}} = 900 \Leftrightarrow 1000 = 900\left(1+9e^{-0.08t}\right)$ soit $9e^{-0.08t} = \dfrac{1000}{900} - 1$ soit $e^{-0.08t} = \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{1000}{900}-1\right) = \dfrac{1}{81}$ soit $-0.08t = \ln\dfrac{1}{81}$ ou $t = \dfrac{\ln 81}{0.08} \simeq \boxed{54.93}$

3. $P'(t) = 720\dfrac{e^{-0.08t}}{\left(9e^{-0.08t}+1\right)^2} > 0$. par ailleurs : $\lim\limits_{t\longrightarrow+\infty} \dfrac{1000}{1+9e^{-0.08t}} = 1000$ car $e^{-0.08t} \longrightarrow 0.$

0	0	$+\infty$
$P\prime$		
P	100 $\nearrow$	1000

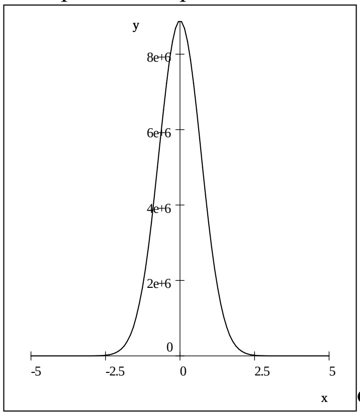
4. Le coefficient directeur de la tangente est $P'(0) = \dfrac{720}{100} = \dfrac{36}{5} = 7.2$.(la tangente a pour équation : $y = 7.2x + 100$)



VI EXERCICE-7

$y = e^{-x^2+16}$ on constate que cette fonction est paire et on peut l'étudier sur $R^+ et$ faire une symétrie d'axe oy.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'			
y	0 $\nearrow$	e^{16}	$\searrow$ 0



on a $y' = -2xe^{16-x^2}$ et $y" = 4x^2e^{16-x^2} - 2e^{16-x^2} = 2\left(e^{16-x^2}\right)\left(2x^2-1\right)$, ce qui permet d'étudier les variations et la convexité et de mettre en évidence deux points d'inflexion : $A(\dfrac{\sqrt{2}}{2}; e^{\frac{31}{2}})$ et $B(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}; e^{\frac{31}{2}})$ avec $e^{\frac{31}{2}} = 5389698.48$.