I EXERCICE-1

1. $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$; $(2x+5)^4 = 1000x + 600x^2 + 160x^3 + 16x^4 + 625$
2. $\binom{n}{3} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$ et $A_n^4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$

II EXERCICE-2

$$p = f(q) = \frac{120}{e^{2q}+15} \text{ et } p = g(q) = \frac{e^{2q}-1}{8}$$

1. A l'équilibre, on a : $\dfrac{120}{e^{2q}+15} = \dfrac{e^{2q}-1}{8} \Leftrightarrow \left(e^{2q}+15\right)\left(e^{2q}-1\right) = 8*120 \Leftrightarrow 14e^{2q} + e^{4q} - 15 = 960$ soit $e^{4q} + 14e^{2q} - 975 = 0$,soit avec $X = e^{2q}$, $X^2 + 14X - 975 = 0$,ce qui donne $\Delta = 196 + 4*975 = 4096 = 64^2$; on a donc deux racines distinctes $X' = 25$, $X"$étant négative ; on obtient finalement : $e^{2q} = 25$ soit $q_0 = \ln 5 \simeq 1.61$ et en remplaçant : $p_0 = f(q) = \dfrac{120}{e^{2\ln 5}+15} = 3$.

2. $f'(q) = -\dfrac{120 * 2e^{2q}}{\left(e^{2q}+15\right)^2} < 0$ et $g'(q) = \frac{1}{8}\left(2e^{2q}\right) > 0$;

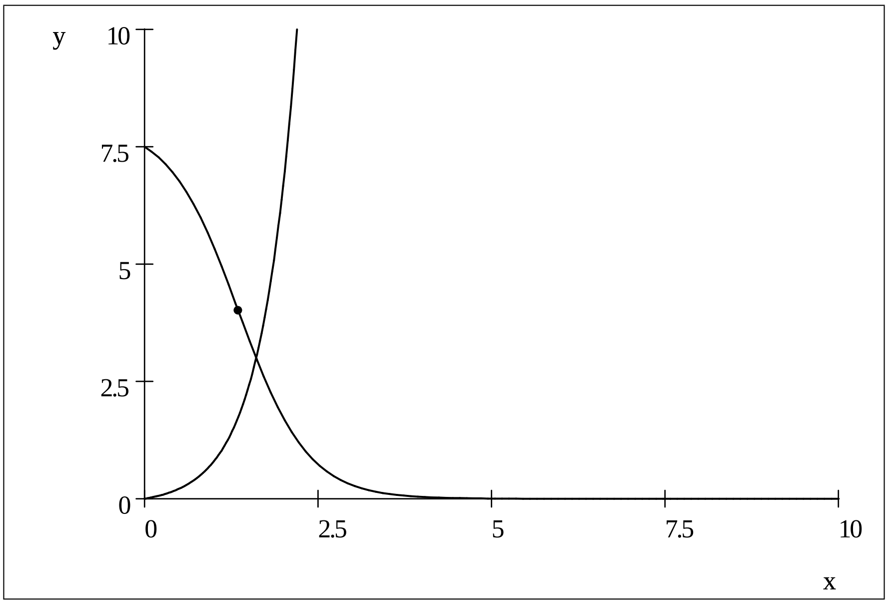
q	0		$+\infty$
$f\prime$		$-$	
f	$\frac{15}{2}$	$\searrow$	0

q	0		$+\infty$
$g\prime$		$+$	
g	0	$\nearrow$	$+\infty$

3. Convexité : on étudie pour chacune de ces fonctions le signe de la dérivée seconde : $f"(q) = \left(-\dfrac{120 * 2e^{2q}}{\left(e^{2q}+15\right)^2}\right)' = -240\dfrac{2e^{2q}\left(e^{2q}+15\right)^2 -}{(e}$

soit $f"(q) = \dfrac{1}{e^{2q}+15}\left(480e^{4q} - 7200e^{2q}\right) = 480\dfrac{\left(e^{4q} - 15e^{2q}\right)}{e^{2q}+15} = 480\dfrac{e^{2q}\left(e^{2q}-15\right)}{e^{2q}+15}$. cette dérivée est du signe de $e^{2q} - 15$; elle s'annule pour $2q = \ln 15$ soit $q = \dfrac{1}{2}\ln 15 \simeq 1.35$; elle est positive sur $\left[\dfrac{1}{2}\ln 15; +\infty\right[$ et la fonction est convexe sur cet intervalle, elle est concave sur $\left[0; \dfrac{1}{2}\ln 15\right[$.Le point $I\left(\dfrac{1}{2}\ln 15; 4\right)$ est point d'inflexion ; on a calculé son ordonnée : $f\left(\dfrac{1}{2}\ln 15\right) = \dfrac{120}{e^{2*\frac{1}{2}\ln 15}+15} = \dfrac{120}{e^{\ln 15}+15} = \dfrac{120}{15+15} = 4$.

$g"(q) = \frac{1}{4}2\left(e^{2q}\right) > 0$ donc g est convexe.



4. $\dfrac{120}{e^{2q}+15} = 6 \Leftrightarrow e^{2q}+15 = 20$ soit $e^{2q} = 5$ soit $q = \dfrac{1}{2}\ln 5$

5. $\left\{ p = \dfrac{120}{e^{2q}+15} \right. \Leftrightarrow e^{2q}+15 = \frac{120}{p}$ soit $e^{2q} = \frac{120}{p} - 15$ et $\left\{ \begin{array}{c} q = \frac{1}{2}\left(\ln\left(\frac{120}{p} - 15\right)\right) \\ p \in \left]0; 7.5\right] \end{array} \right.$

III EXERCICE-3(7pts)

1.
$$\begin{array}{ccccccc}
 & & D_1 & & D_2 & & D_3 \\
 & & & & & \nearrow & C_1 \\
 & & & & C_1 & \searrow & C_2 \\
 & & & \nearrow & & & \\
 & & C_1 & & & & \\
 & \nearrow & & \searrow & & & \\
 & & & & C_2 & \nearrow & C_1 \\
\bigstar & & & & & \searrow & C_2 \\
 & & & & & \nearrow & C_1 \\
 & & & & C_1 & \searrow & \\
 & \searrow & & \nearrow & & & C_2 \\
 & & C_2 & & & & \\
 & & & \searrow & & & \\
 & & & & C_2 & \nearrow & C_1 \\
 & & & & & \searrow & C_2
\end{array}$$

$\Omega = C^3$, si l'on désigne par C l'ensemble des deux coffres ; chaque résultat est un triplet dont chaque coordonnée est un des deux coffres ; $Card\Omega = 2^3 = 8$.

2. $A_9^6 = 9*7*6*5*4*3 = 22\,680$

3. Les sites
   a. $\binom{10}{4} = 210$
   b. $A_{10}^4 = 4!\binom{10}{4} = 840$

4. Soit A l'événement "Il doit retourner au sous-sol"

   On peut considérer l'événement contraire : $\overline{A}$: "les deux lampes sont bonnes"

   $P(\overline{A}) = \dfrac{\binom{22}{2}}{\binom{24}{2}} = \frac{11*21}{12*23} = \frac{77}{92} = 0.8370$; donc $P(A) = 1 - \frac{77}{92} = \boxed{\frac{15}{92} \simeq 0.163\,0}$