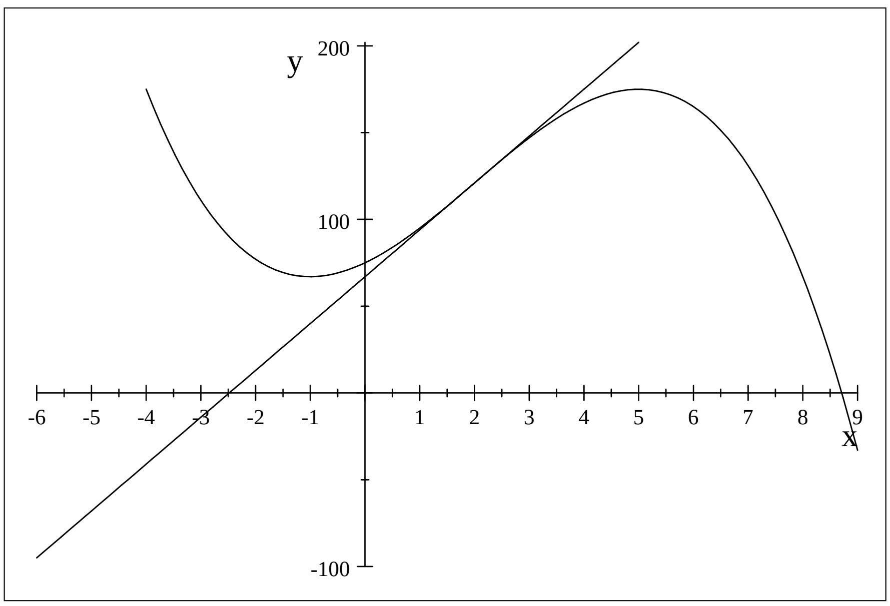
I EXERCICE-1(5pts)

1. Le domaine est $]-\infty;+\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $-x^3$, donc $+\infty$ à $-\infty$ et $-\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'(x) = -3x^2+12x+15 = -3(x+1)(x-5)$; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$y\prime$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	67	$\nearrow$	175	$\searrow$	$-\infty$

2. Convexité : $f^{"\prime}(x) = -6x+12$ ce qui montre que la dérivée seconde s'annule en 2, est positive sur $]-\infty;2[$ et négative dans $]2;+\infty[$; la fonction est convexe sur $]-\infty;2[$ et concavesur $]2;+\infty[$; il y a un point d'inflexion $I(2;121)$.

3. La tangente en I a pour équation : $y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ soit ici : $y = f'(2)(x-2)+f(2)$ soit $y = 27(x-2)+121 = 27x+67$



4. $f(-4) = 175.0$ et $f(9) = -33$

II EXERCICE-2(4pts)

1. $A_9^6 = \binom{9}{6} * 6! = 60480$

2. $\binom{11}{3} = 165$

3. Notons respectivement C et T les événements " Aller au cinéma 1" et " Aller au théâtre". $P(C) = 0.40$ et $P(T) = 0.25$ et $P(C\cap T) = 0.125$.
   a. D'après la formule de Poincaré, on a : $P(C\cup T) = P(C)+P(T)-P(C\cap T)$, soit :
   $P(C\cup T) = 0.40+0.25-0.125 = 0.525$
   b. On doit calculer $P\left(\overline{C\cup T}\right) = 1-P(C\cup T) = 1-0.525 = 0.475$

III EXEXERCICE-3(8pts)

1. La matrice B
   a. On calcule : $\det(B) = \begin{vmatrix} 0.75 & -0.06 \\ -1 & 0.96 \end{vmatrix} = 0.66$, inverse: ce déterminant est non nul donc B est inversible.
   b. $B^{-1} = \dfrac{1}{\det(B)}\,{}^{t}ComB = \dfrac{1}{0.66}\begin{bmatrix} 0.96 & 0.06 \\ 1 & 0.75 \end{bmatrix}$
   c.
2. La matrice A des coefficients techniques de production est :

$A=\begin{bmatrix} 12.5/50 & 15/250 \\ 1 & 10/250 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.25 & 0.06 \\ 1 & 0.04 \end{bmatrix}$; elle donne pour chaque secteur sa consommation intermédiaire sous forme de pourcentage de sa production totale ou les consommations intermédiaires pour chaque unité monétaire produite.

3. On prend l'équation fondamentale du modèle de léontieff : $X=AX+D\Leftrightarrow D=X-AX$,soit $D=(I-A)\,X$.Déterminons $I-A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0.25 & 0.06 \\ 1 & 0.04 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.75 & -0.06 \\ -1 & 0.96 \end{bmatrix}=B$. On doit déterminer la nouvelle demande finale : $D=\begin{bmatrix} 70 \\ 300 \end{bmatrix}$; $BX=D\Leftrightarrow X=B^{-1}D$, en multipliant les deux membres à gauche par B^{-1},ce qui donne : $X=\dfrac{1}{0.66}\begin{bmatrix} 0.96 & 0.06 \\ 1 & 0.75 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 70 \\ 300 \end{bmatrix}:\begin{bmatrix} 129.09 \\ 446.97 \end{bmatrix}$

IV EXERCICE-4(5pts)

1. $B\,(5,4)=202$
2. $\begin{cases} B'_x=-4x-2y+30 \\ B'_y=-2x-6y+50 \end{cases}$,
3. $\begin{cases} r=B''_{x^2}=-4 \\ t=B''_{y^2}=-6 \\ s=B''_{xy}=B''_{yx}=-2 \end{cases}$
4. Elasticité
   a. $E_{B/x}=\dfrac{xB'_x\,(x;y)}{B\,(x\,;y)}=\frac{y(-4x-2y+30)}{-2x^2-3y^2-2xy+30x+50y-10}$,soit en $(5;4)$, $E_{B/x}\,(5;4)=\dfrac{5\,(-4*5-2*4+30)}{202}\simeq 0.50$
   b. Si x augmente de 1%,on peut estimer la variation de B à environ 0.50%.