CORRIGE CONTRÔLE CONTINU BLANC

I EXERCICE-1(4pts)

1. Notons A l'événement :" les trois personnes réservent dans trois hôtels différents" ; $\Omega = 5^3 = 125$; par ailleurs, les cas favorables sont les triplets de trois hôtels différents, et $Card\ A = A_5^3$, ce qui donne : $P\left(A\right) = \dfrac{A_5^3}{125} = \dfrac{5*4*3}{125} = 0.48$ soit 48%.

2. $Card\,\Omega = \binom{32}{5} = 201376$

   a. Soit B l'événement : "obtenir exactement trois rois", $Card\ B = \binom{4}{3} * \binom{28}{2} = 1512$ et $P\left(B\right) = \dfrac{\binom{4}{3}*\binom{28}{2}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{1512}{201376} = 7.5 \times 10^{-3} = \boxed{0.75 \times 10^{-2}}$

   b. Soit C l'événement : "obtenir au moins un roi", alors $\overline{C}$ représente l'événement "obtenir aucun roi" ; $P\left(\overline{C}\right) = \dfrac{\binom{28}{5}}{\binom{32}{5}}$ et $P\left(C\right) = 1 - \dfrac{\binom{28}{5}}{\binom{32}{5}} \simeq 0.512\,0$.

3. $Card\,\Omega = 10!$; appelons D l'événement : "les délégués français et allemands soient côte à côte". Il y a 9 façons de selectionner deux places contigües (il suffit de choisir la place la plus à gauche) et deux façons de placer les deux délégués, puis 8! façons de permuter les autres dans les 8 places restantes : $P\left(D\right) = \dfrac{9*2*8!}{10!} = \dfrac{1}{5}$

4. $\left(4x+3\right)^5 = 1024x^5 + 3840x^4 + 5760x^3 + 4320x^2 + 1620x + 243$

II EXERCICE-2

On note respectivement H et V les événements "être un homme" et "ne pas aimer faire des courses de vêtements".

1. $P\left(H \cap V\right) = \dfrac{36}{500} = 0.072$

2. La formule de Poincaré donne : $P\left(H \cup V\right) = P\left(H\right) + P\left(V\right) - P\left(H \cap V\right) = \dfrac{270}{500} + \dfrac{140}{500} - \dfrac{36}{500} = \frac{187}{250} = 0.748$

III EXERCICE-3

$C\left(q\right) = 0.000\,35q^3 - 0.05q^2 + 6.3q + 520$ pour $q \geq 0$

1. $C_m\left(q\right) = C'\left(q\right) = 0.00105q^2 - 0.1q + 6.3$, donc $C_m\left(70\right) = 0.00105 * 70^2 - 0.1*70 + 6.3 = 4.445$ ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 71 éme unité.

2. Calculer le coût moyen en $C_M\left(q\right) = \frac{0.000\,35q^3 - 0.05q^2 + 6.3q + 520}{q}$ et $C_M\left(70\right) = \frac{0.000\,35*70^3 - 0.05*70^2 + 6.3*70 + 520}{70} = 11.94$

3. $E_{C/q} = \frac{qC'}{C} = \dfrac{C_m}{C/q} = \dfrac{C_m}{C_M}$ soit $E_{C/q}(70) = \frac{4.45}{11.94} \simeq 0.37$; si à partir d'une quantité de 70, q augmente de 1%, alors la variation prévisible du coût est de 0.37%.

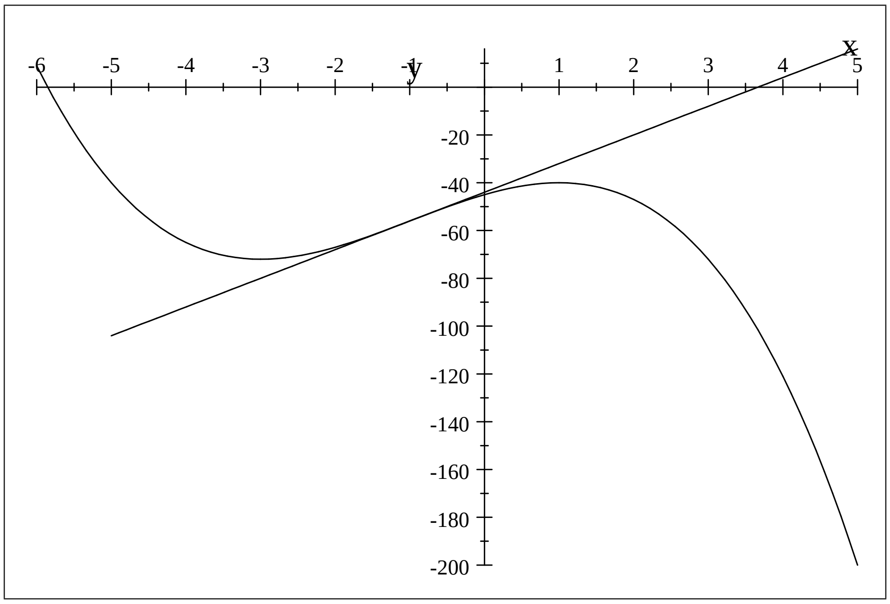
IV EXERCICE-4

1. L e domaine est $]-\infty;+\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $-x^3$, donc $+\infty$ à $-\infty$ et $-\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'\left(x\right) = -3x^2 - 6x + 9 = -3\left(x+3\right)\left(x-1\right)$; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-72	$\nearrow$	-40	$\searrow$	$-\infty$

2. Convexité : $f"'\left(x\right) = -6x - 6$, ce qui montre que la dérivée seconde s'annule en -1, est positive $]-\infty;-1[$ et négative dans $]-1;+\infty[$; la fonction est convexe sur $]-\infty;-1[$ et concave sur $]-1;+\infty[$; il y a un point d'inflexion $I(-1;-56)$.

3. La tangente en I a pour équation : $y = f'\left(x_0\right)\left(x - x_0\right) + f\left(x_0\right)$ soit ici : $y = f'\left(-1\right)\left(x+1\right) + f\left(-1\right)$ soit $y = 12\left(x+1\right) - 56$ soit $y = 12x - 44$

4. 

V EXERCICE-5

1. $\pi'_x(x,y) = -6x^2 - x^{-0.5}y^{0.1} + 30$ et $\pi'_y(x;y) = -3 - 2x^{0.5}0.1y^{-0.9} + 50 = -0.2x^{0.5}y^{-0.9} + 47$ et $\pi'_y(2;3) = -0.2 * 2^{0.5} * 3^{-0.9} + 47 = 46.895$
2. $\pi^{"}_{x^2}(x,y) = -12x - 0.5x^{-1.5}y^{0.1}$et $\pi^{"}_{y^2}(x,y) = -0.2x^{0.5} * (-0.9)\, y^{-1.9} = 0.18x^{0.5}y^{1.9}$.