I EXERCICE-1

On donne ici le tableau statistique qui permettra de répondre aux différentes questions de l'exercice.

a_i	b_i	x_i	n_i	$n_i cc$	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
45	50	47.5	10	10	475	22562.5
50	55	52.5	21	31	1102.5	57881.25
55	60	57.5	65	96	3737.5	214906.25
60	65	62.5	76	172	4750	296875
65	70	67.5	70	242	4725	318937.5
70	75	72.5	53	295	3842.5	278581.25
75	80	77.5	22	317	1705	132137.5
80	85	82.5	8	325	660	54450
			325		20997.5	1376331.25

1. Il s'agit d'un caractère quantitatif continu dont les classes sont d'égales amplitudes, il n'y a donc pas à corriger les effectifs.
La classe modale est la classe de plus grande densité, donc dans le cas d'amplitudes égales, de plus grand effectif, c'est donc la classe $[60;65[$. Il reste à calculer le mode à l'intérieur de la classe modale en considérant les classes encadrant la classe modale, ce qui donne avec les notations du cours : $\begin{cases} x_1 = 60 \\ x_2 = 65 \end{cases}$, $\begin{cases} h = 76 \\ h_1 = 65 \text{ et } h_2 = 70 \end{cases}$ $\begin{cases} k_1 = h - h_1 = 11 \\ k_2 = h - h_2 = 6 \end{cases}$ et pour conclure :
$M_o = \dfrac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \dfrac{6 * 60 + 11 * 65}{17} \simeq 63.24$; comme prévu, le mode est plus grand que 62.5, car il est attiré par la classe de droite.
2. Le premier quartile de cette série est localisé grâce aux effectifs cumulés croissants, il y a au moins 25% de la série avant Q_1, donc $\frac{325}{4} = 81.25$ observations, Q_1 est donc dans la classe $[55;60[$; il reste à effectuer une interpolation linéaire, par exemple en écrivant l'alignement des trois points : $A(55,31), B(60,96)$ et $M(Q_1;81.25)$, ce qui donne : $\frac{96-31}{60-55} = \frac{81.25-31}{Q_1-55}$ soit : $Q_1 - 55 = \frac{81.25-31}{65} * 5$ et $Q_1 = 55 + \frac{50.25}{13} = 58.87$; il y a 25% des observations qui sont inférieures ou égales à 58.87. Avec lune interpolation linéaire, on trouve $Q_2 = 64.38$
3. $EIQ = 11.3$, donne $Q_3 = Q_1 + 11.3 = 58.87 + 11.3 = 70.17$.
4. Le tabeau statistique permet de calculer la moyenne de cette série : $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum n_i x_i = \dfrac{20997.5}{325} \simeq 64.61$.
Remarque : on a $M_o \leq M_e \leq \overline{x}$, ce qui est cohérent avec un étalement à droite.
5. Le tableau permet de calculer $V(x) = \frac{1}{n}\sum n_i x_i^2 - \overline{x}^2$, si on utilise la formule dévéloppée : $V(x) = \frac{1376331.25}{325} - \left(\dfrac{20997.5}{325}\right)^2 = 60.71$, soit un écart-type $\sigma(x) = \sqrt{60.71} = 7.79$
6. Déterminer la proportion d'observations situées dans l'intervalle : Pour déterminer l'intervalle $[\overline{x} - 1.5\sigma(x); \overline{x} + 1.5\sigma(x)]$, on commence par calculer : $64.61 - 1.5 * 7.79 \simeq 52.93$ et $64.61 + 1.5 * 7.79 = 76.30$; cet intervalle contient l'intervalle $[55;75]$, soit un nombre d'observations de : $295 - 31 = 264$ observations (on a utilisé les effectifs cumulés croissants) ; il reste à ajouter les effectifs des intervalles $[52.93;55]$ et $[75;76.3]$, les "morceaux " de classe dont on va estimer l'effectif en utilisant la densité : la densité de la classe $[50;55]$ est : $d = \frac{21}{5} = 4.2$, soit 4.2 observations par unité d'amplitude donc $4.2 * (55 - 52.93) \simeq 8.7$ observations dans $[52.93;55]$; de même dans $[75;76.3]$, on trouve : $1.3 * \frac{22}{5} = 5.72$ observations ; finalement un total de : $264 + 8.7 + 5.7 = 278.4$, soit une proportion de : $\frac{278.4}{325} = 0.856\,6$, soit 85.66% des observations situées à moins d'un écart-type et demi de la moyenne.
7. On a $y = x + 5$ et d'après les formules du cours, on sait que : si $y = ax + b$, $\overline{y} = a\overline{x} + b$ et $V(y) = a^2 V(x)$ et $\sigma(y) = |a|\,\sigma(x)$ soit ici : $\overline{y} = \overline{x} + 5 = 64.61 + 5 = 69.61$ et $\sigma(y) = \sigma(x)$. on en déduit pour les coefficients de variation : $CV(x) = \frac{\sigma(x)}{\overline{x}} = \frac{7.79}{64.61} = 0.120\,6$ et $CV(y) = \frac{\sigma(y)}{\overline{y}} = \frac{7.79}{69.61} = 0.111\,9$;en ajoutant une constante à chaque modalité de la série, on diminue la dispersion relative.

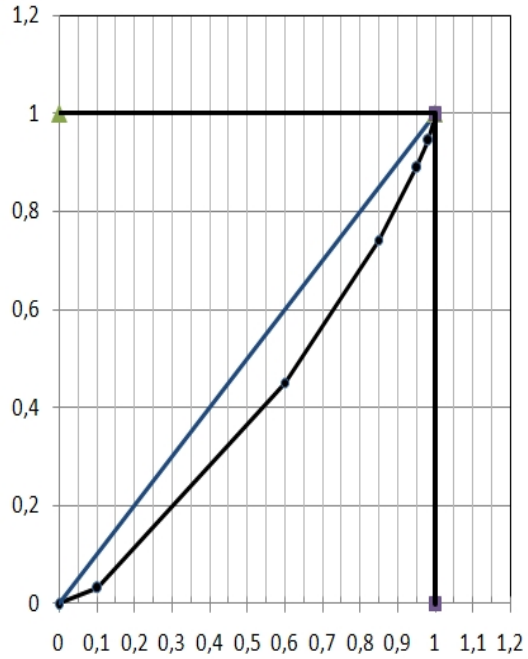
II EXERCICE-2

On a reporté les calculs dans le tableau ci-dessous

Corrigé du contrôle continu blanc

Salaires	ni	fi	$f_i$cc	x_i	ni xi	q_i	Qi	S_I
[0;10[	10	0.1	0.10	5	50	0.0333	0.0333	0.0017
[10;15[	50	0.5	0.60	12.5	625	0.4167	0.4500	0.1208
[15;20[	25	0.25	0.85	17.5	437.5	0.2917	0.7417	0.1490
[20;25[	10	0.1	0.95	22.5	225	0.1500	0.8917	0.0817
[25;30[	3	0.03	0.98	27.5	82.5	0.0550	0.9467	0.0276
[30;50[	2	0.02	1.00	40	80	0.0533	1.0000	0.0195
	100	1			1500	1.0000		0.4002

:

L'indice de Gini est calculé grâce au tableau : $I = 2 * (0.50 - 0.4002) = 0.199\,6$. La concentration est assez faible, l'indice de Gini étant plus proche de 0 que de 1.

1.