



# CORRIGE CONTRÔLE CONTINU D

L2 Statistique

Avril 2012

## 1 EXERCICE-1

$x_i$	$n_i$	$f_i$	$ficd$
0	25	0,1250	1,0000
1	53	0,2650	0,8750
2	22	0,1100	0,6100
3	67	0,3350	0,5000
4	19	0,0950	0,1650
5	11	0,0550	0,0700
6	2	0,0100	0,0150
7	1	0,0050	0,0050
	200	1	

1. Il s'agit d'un caractère quantitatif discret.
2. Les fréquences cumulées décroissantes sont dans le tableau.

## 2 EXERCICE-2(3pts)

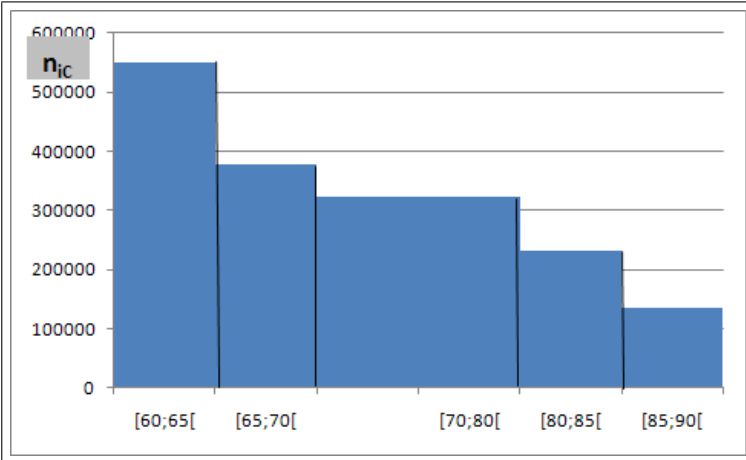
$a_i$	$b_i$	$x_i$	$n_i$	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
5	10	7,5	7	52,5	393,75
10	15	12,5	43	537,5	6718,75
15	20	17,5	247	4322,5	75643,75
20	30	25	191	4775	119375
30	35	32,5	12	390	12675
			500	10077,5	214806,25

1.  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = \frac{10077,5}{500} = 20.155$  et  $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{214806,25}{500} - 20.155^2 = 23.39$  et  $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{23.39} = 4.84$
2.  $y = x + 3$ , ce qui donne avec les formules du cours : si  $y = ax + b$ ,  $\bar{y} = a\bar{x} + b$ ,  $V(y) = a^2 V(x)$  et  $\sigma(y) = |a| \sigma(x)$ , soit ici :  $\bar{y} = \bar{x} + 3 = 20.155 + 3 = 23.155$  mn et  $\sigma(y) = \sigma(x) = 4.84$ mn
3. Pour comparer la dispersion des caractères  $x$  et  $y$ , on calcule :  $CV(x) = \frac{4.84}{20.16} = 0.2401$  et  $CV(y) = \frac{\sigma(y)}{\bar{y}} = \frac{4.84}{23.16} = 0.2090$  soit respectivement 24.01% et 20.90%. La série des  $y$  a une dispersion relative moins importante.

### 3 EXERCICE-3

1. La représentation de cette série représentant les données relatives à un caractère quantitatif continu est un histogramme ; les classes étant d'amplitudes inégales, on utilise la densité,  $d_i = \frac{n_i}{A_i}$  et les effectifs corrigés  $n_{icor} = 5d_i$ , 5 étant l'amplitude minimale de classe.

$a_i$	$b_i$	$n_i$	$x_i$	$A_i$	$d_i$	$n_{icor}$	$n_{icc}$	$f_{icc}$	$n_i x_i$
60	65	548 856	62,5	5	109771,2	548856	548 856	0,2830	34303500
65	70	377 991	67,5	5	75598,2	377991	926 847	0,4779	25514392,5
70	80	647 241	75	10	64724,1	323620,5	1 574 088	0,8117	48543075
80	85	230 624	82,5	5	46124,8	230624	1 804 712	0,9306	19026480
85	90	134 626	87,5	5	26925,20	134626	1 939 338	1,0000	11779775
		1 939 338							139167223



2. La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe  $[60; 65[$  et le mode est calculé en considérant les classes encadrant la classe modale, ce qui donne avec les notations du cours :
- $$\begin{cases} x_1 = 60 \\ x_2 = 65 \end{cases} \quad \begin{cases} h = 548856 \\ h_1 = 0 \text{ et } h_2 = 377991 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} k_1 = h - h_1 = 548856 \\ k_2 = h - h_2 = 548856 - 377991 = 170865 \end{cases} \quad \text{et pour conclure :}$$
- $$M_o = \frac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \frac{170865 * 60 + 548856 * 65}{170865 + 548856} = 63.81 ; \text{ comme prévu, le mode est très proche de 65, car il est attiré par la classe de droite, de densité plus importante.}$$
3. Calcul de  $Q_2$  : on localise  $Q_2$  dans la classe  $[70; 80[$  (la fréquence cumulée passe le seuil des 50%), puis on effectue une interpolation linéaire :
- $$\frac{0.8117 - 0.4779}{80 - 70} = \frac{0.50 - 0.4779}{Q_2 - 70} \text{ soit } Q_2 - 70 = 10 \frac{0.50 - 0.4779}{0.8117 - 0.4779} \text{ soit } Q_2 = 70 + 10 \frac{0.50 - 0.4779}{0.8117 - 0.4779} = 70.66. \text{ Il y a donc 50\% de la population d'île de France d'âge compris entre 60 et 90 ans qui avait moins de 70.66 ans en 2008.}$$
4. La moyenne est donnée par :  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = \frac{139167223}{1939338} = 71.76 ;$
5.  $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = 7.89^2 = 62.25$  et  $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} \simeq 7.89$
6. Pour les intervalles ne correspondant pas à une classe entière, on multiplie la densité correspondante par l'amplitude de l'intervalle, d'après la formule :  $n_i = A_i * d_i$ .

	Amplitude	densité	Effectif estimé
[68;70[	2	75598,2	151196,4
[70;75[	5	64724,1	323620,5
			474816,9

, donc une estimation de 474816.9.

#### 4 EXERCICE-4

$a_i$	$b_i$	$n_i$	$x_i$	$f_i$	$f_{i,cc}$	$n_i x_i$	$q_i$	$q_{i,cc}$
0	4	122279	2	0,4385	0,4385	244558	0,1509	0,1509
4	6	142380	5	0,5106	0,9491	711900	0,4393	0,5902
6	30	8501	18	0,0305	0,9796	153018	0,0944	0,6846
30	150	5680	90	0,0204	1,0000	511200	0,3154	1,0000
		278840				1620676	1	

