CORRIGE CONTRÔLE CONTINU B

I EXERCICE-1**(6pts)**

1. $Card\, \Omega = A_{26}^{6} = 6! * \binom{26}{6} = 165\,765\,600$, un résultat possible est un arrangement d'ordre 6.
2. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.
   a. $Card\, \Omega = \binom{32}{5} = 201376$

   b. Soit A l'événement : "obtenir exactement un coeur", $Card\ A = \binom{8}{1} * \binom{24}{4}. = 85008.$ et $P\,(A) = \dfrac{\binom{8}{1} * \binom{24}{4}}{\binom{32}{5}} = \frac{759}{1798} = 0.4221$

   c. Soit C l'événement " tirer exactement 4 piques ", $P\,(C) = \dfrac{\binom{8}{4} * \binom{24}{1}}{\binom{32}{5}} = \frac{15}{1798} = 8.3 \times 10^{-3}$

   d. On doit calculer $P\,(A \cup C)$; on étudie $A \cap C$; cet événement est différent du vide on applique donc la formule de Poincaré :

   $P\,(A \cup C) = P\,(A) + P\,(C) - P\,(A \cap C) = \frac{15}{1798} + \frac{759}{1798} - \dfrac{\binom{8}{1} * \binom{8}{4}}{\binom{32}{5}} = \frac{769}{1798} = 0.427\,7$

3.

	Options	calculatrices	enveloppes
	O_1	C_1	E_1 E_2 E_3
		C_2	E_1 E_2 E_3
$\star \longmapsto$	O_2	C_1	E_1 E_2 E_3
		C_2	E_1 E_2 E_3
	O_3	C_1	E_1 E_2 E_3
		C_2	E_1 E_2 E_3

$3 * 2 * 3 = 18$

4. La formule du binôme de Newton est : $\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=1}^{k=n} \binom{n}{k} a^k * b^{n-k}}$; on peut utiliser le triangle de Pascal (4éme ligne) :
   $(2x+3)^4 = (2x)^4 + 4\,(2x)^3 * 3 + 6\,(2x)^2 * 3^2 + 4\,(2x) * 3^3 + 3^4 = 16x^4 + 96x^3 + 216x^2 + 216x + 81$

II EXERCICE-2

1. On utilise la formule de Poincaré : $\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}\,(B) - \mathbf{P}\,(A \cap B)$ soit $\mathbf{P}(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{5}{42} = \frac{4}{21} = 0.190\,5$
2. $(2x+5)^5 = 32x^5 + 400x^4 + 2000x^3 + 5000x^2 + 6250x + 3125$

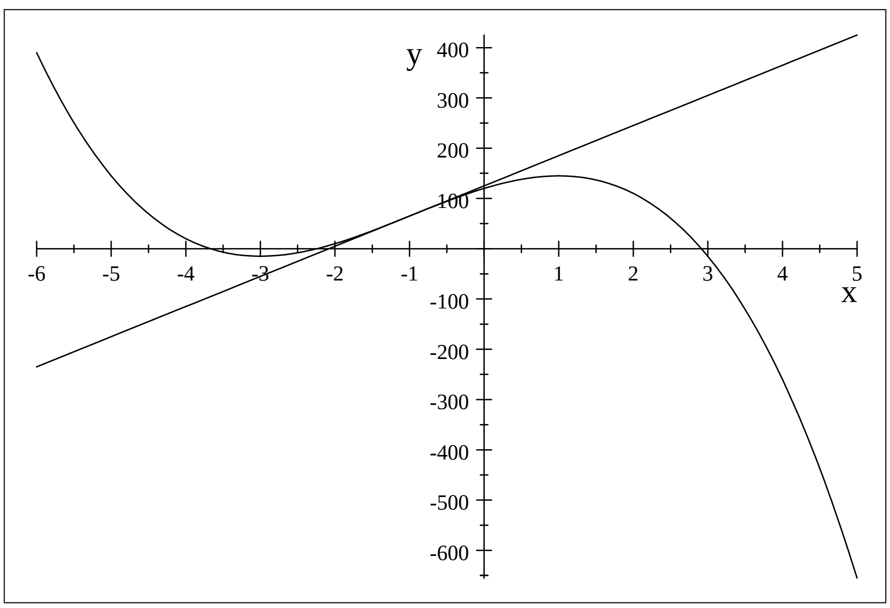
III EXERCICE-3

1. $C(q) = 0.21q^3 - 30q^2 + 3780q + 312\,000$
   $C_m(q) = C'(q) = 0.63q^2 - 60q + 3780.$, donc $C_m(30) = 0.63 * 30^2 - 60 * 30 + 3780 = 2547$ ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 31 éme unité.
2. Calculer le coût moyen en $C_M(q) = \dfrac{0.21q^3 - 30q^2 + 3780q + 312\,000}{q}$ et $C_M(30) = \dfrac{0.21 * 30^3 - 30 * 30^2 + 3780 * 30 + 312\,000}{30} =$ 13469.
3. $E_{C/q} = \frac{qC'}{C} = \dfrac{C_m}{C/q} = \dfrac{C_m}{C_M}$ soit $E_{C/q}(30) = \frac{2547}{13469} = 0.19$; si à partir d'une quantité de 30, q augmente de 1%, alors la variation prévisible du coût est de 0.19%.

IV EXERCICE-4(5pts)

1. Le domaine est $]-\infty; +\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $-5x^3$, donc $+\infty$ à $-\infty$ et $-\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'(x) = -15x^2 - 30x + 45 = -15(x+3)(x-1)$; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-15	$\nearrow$	145	$\searrow$	$-\infty$

2. Convexité : $f''(x) = -30x - 30$ ce qui montre que la dérivée seconde s'annule en -1, est positive sur $]-\infty; -1[$ et négative dans $]-1; +\infty[$; la fonction est convexe sur $]-\infty; -1[$ et concave sur $]-1; +\infty[$; il y a un point d'inflexion $I(-1; 65)$.
3. La tangente en I a pour équation : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ soit ici : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ soit $y = 60(x+1) + 65$, soit $y = 60x + 125$
4. 

V EXERCICE-5

1. $\pi'_x(x,y) = -8x^3 - 2x^{-0.6}y^{0.6} - 30$ et $\pi'_y(x;y) = 6y - 3x^{0.4}y^{-0.4} + 5$
2. $\pi''_{x^2}(x,y) = -24x^2 + 1.2x^{-1.6}y^{0.6}$ et $\pi''_{y^2}(x,y) = 6 + 1.2x^{0.4}y^{-1.4}$ et $\pi''_{xy}(x,y) = -1.2x^{-0.6}y^{-0.4} = \pi''_{yx}(x,y)$