

CORRIGE DU CONTRÔLE CONTINU B

L2Stat.

1 EXERCICE-1

x_i	n_i	n_{iCC}
0	25	25
1	54	79
2	23	102
3	67	169
4	19	188
5	14	202
6	2	204
7	1	205

1. Il s'agit d'un caractère quantitatif continu. Le mode est 3 car c'est la modalité de plus grand effectif.
2. L'effectif total est 205, il est impair, on calcule $\frac{n}{2} = 102.5$, la médiane est le terme central, donc de rang 103. On utilise les effectifs cumulés croissants, qui nous indiquent que le terme central est égal à 3 ; $M_e = 3$; 50% des familles ont eu 3 ou moins de 3 accidents.

2 EXERCICE-2

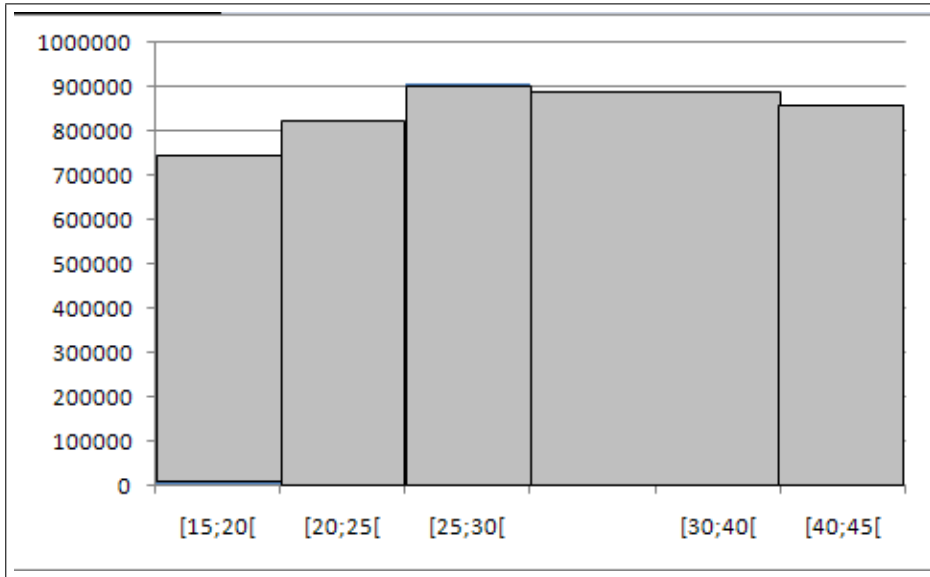
a_i	b_i	x_i	n_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
5	10	7.5	7	52.5	393.75
10	15	12.5	53	662.5	8281.25
15	20	17.5	237	4147.5	72581.25
20	30	25	191	4775	119375
30	35	32.5	12	390	12675
			500	10027.5	213306.25

1. Le tableau ci-dessus permet de calculer la moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = \frac{10027.5}{500} = 20.06$; $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{213306.25}{500} - 20.06^2 = 24.21$ et $\sigma(x) = \sqrt{24.21} = 4.92$
2. $y = 0.85x$, ce qui donne avec les formules du cours : si $y = ax + b$, $\bar{y} = a\bar{x} + b$, $V(y) = a^2 V(x)$ et $\sigma(y) = |a| \sigma(x)$, soit ici : $\bar{y} = 0.85\bar{x} = 0.85 * 20.06 = 17.05mn$ et $\sigma(y) = 0.85\sigma(x) = 0.85 * 4.92mn. = 4.18mn$
3. Pour comparer la dispersion des caractères x et y , on calcule : $CV(y) = \frac{\sigma(y)}{\bar{y}} = \frac{0.85\sigma(x)}{0.85\bar{x}} = \frac{\sigma(x)}{\bar{x}} = CV(x) = \frac{4.92}{20.06} = 0.2453$ soit 24.53%. Les caractères x et y ont la même dispersion.

3 EXERCICE-3

1. La représentation de cette série représentant les données relatives à un caractère quantitatif continu est un histogramme ; les classes étant d'amplitudes inégales, on utilise la densité, $d_i = \frac{n_i}{A_i}$ et les effectifs corrigés $n_{i\text{cor}} = 5d_i$, 5 étant l'amplitude minimale de classe.

a _i	b _i	n _i	x _i	A _i	d _i	n _i cor	n _i cc	f _i cc	n _i x _i
15	20	748 828	17,5	5	149765,6	748828	748 828	0,1463	13104490
20	25	822 939	22,5	5	164587,8	822939	1 571 767	0,3071	18516127,5
25	30	906 967	27,5	5	181393,4	906967	2 478 734	0,4843	24941592,5
30	40	1 780 325	35	10	178032,5	890162,5	4 259 059	0,8322	62311375
40	45	858 693	42,5	5	171738,6	858693	5 117 752	1,0000	36494452,5
		5 117 752							155368038



2. La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe $[25; 30[$ et le mode est calculé en considérant les classes encadrant la classe modale, ce qui donne avec les notations du cours :
- $$\begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} h = 906967 \\ h_1 = 822939 \text{ et } h_2 = 890162.5 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} k_1 = h - h_1 = 906967 - 822939 = 84028 \\ k_2 = h - h_2 = 906967 - 890162.5 = 16805 \end{cases} \quad : \dots \text{ et pour conclure :}$$
- $$M_o = \frac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \frac{16805 * 25 + 84028 * 30}{16805 + 84028} = 29.17 ; \text{ comme prévu, le mode est très proche de 30, car il est attiré par la classe de droite, de densité plus importante.}$$
3. Calcul de Q_2 : on localise la médiane dans la classe $[30; 40[$ (la fréquence cumulée passe le seuil des 50%), puis on effectue une interpolation linéaire :
- $$\frac{0.8322 - 0.4843}{40 - 30} = \frac{0.50 - 0.4843}{Q_2 - 30} \text{ soit } Q_2 - 30 = 10 \frac{0.50 - 0.4843}{0.8322 - 0.4843} \text{ soit } Q_2 = 30 + 10 \frac{0.50 - 0.4843}{0.8322 - 0.4843} = 30.45; \text{ Il y a donc 50\% de la population d'île de France d'âge compris entre 15 et 45 ans qui avait moins de 30.45 ans en 2008.}$$
4. La moyenne est donnée par : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = \frac{155368038}{5117752} = 30.36 ;$
5. $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = 8.23^2 = 67.80$ et $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} \simeq 8.23$

6. Pour les intervalles ne correspondant pas à une classe entière, on multiplie la densité correspondante par l'amplitude de l'intervalle, d'après la formule : $n_i = A_i * d_i$.

	Amplitude	densité	Effectif estimé
[33 ; 40[7	178032,5	1246227,50
[40 ; 45[858693,00
Tàtal			2104920,50

, donc une estimation de 2104920.5.

4 EXERCICE4

a_i	b_i	n_i	x_i	f_i	f_{cc}	$n_i x_i$	q_i	q_{cc}
0	10	120000	5	0,6556	0,6556	600000	0,3047	0,3047
10	20	45280	15	0,2474	0,9030	679200	0,3449	0,6496
20	40	12500	30	0,0683	0,9713	375000	0,1904	0,8400
40	80	5250	60	0,0287	1,0000	315000	0,1600	1,0000
		183030				1969200	1,0000	

