CORRIGE DU PARTIEL

SUJET B

I EXERCICE-1

1. Les mots
   a. $Card\,(\Omega) = 26^{10} = 141\,167\,095\,653\,376$
   b. $A_{26}^{6} = 6!\binom{26}{6} = 165\,765\,600$
2. $P = \dfrac{\binom{4}{2}\binom{28}{3}}{\binom{32}{5}} = 9.76 \times 10^{-2}$
3. $(a+b)^n = \sum\limits_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

   $(4x+3)^4 = (4x+3)^4 = 256x^4 + 768x^3 + 864x^2 + 432x + 81$

II EXERCICE-2(4pts)

1. Formule de Poincaré : $P\,(A \cup B) = P\,(A) + P\,(B) - P\,(A \cap B)$ soit :
   $P\,(A \cap B) = P\,(A) + P\,(B) - P\,(A \cup B) = \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{8} - 0.3 \ = 0.025$
2. $P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P\,(A \cup B) = 1 - 0.3 = 0.7$
3. $P\,(A \cup B) - P\,(A \cap B) = 0.3 - 0.025 = 0.275$

III EXERCICE-3$(4pts)$

1. $50000\,(1.0325)^n = 55000$ soit $(1.0325)^n = \dfrac{55000}{50000} = \dfrac{11}{10}$ soit en passant aux logarithmes : $\ln(1.0325)^n = \ln 1.1$ soit
   $n = \dfrac{\ln 1.1}{\ln(1.0325)} = 2.98$ ans
2. Domaine : $\begin{cases} x+3>0 \\ x\,(5-x) > 0 \text{ (signe du trinôme)} \\ x>0 \end{cases}$ soit $D = \left]\,0\ ;\ 5\right[$; $\ln\left(5x - x^2\right)(x+3) = \ln(12x) \Leftrightarrow \left(5x-x^2\right)(x+3) = 12x$
   soit $x\,(5-x)\,(x+3) - 12x = 0$ soit $x\,((5-x)\,(x+3) - 12) = 0$ soit $x\left(-x^2+2x+3\right) = 0$ soit $x=0$ ou $x=-1$ ou $x=3$; vu le domaine, $S = \{3\}$
3. $R\,(q) = 12.5qe^{-0.005q}$ et $E_{R/q} = \dfrac{qR'}{R} = \dfrac{q\left(12.5\left(e^{-0.005\,q} - 0.005\,qe^{-0.005\,q}\right)\right)}{12.5qe^{-0.005q}}$ car $R'\,(q) = 12.5\left(e^{-0.005\,q} - 0.005\,qe^{-0.005\,q}\right) = 12.5e^{-0.005\,q}\,(1-0.005q)$; en simplifiant $E_{R/q} = 1 - 0.005q$ soit pour $q = 100$, $E_{R/q}\,(100) = 1 - 0.005 * 100 = 0.5$. Pour une augmentation de la quantité de 1%, on doit s'attendre à une hausse de la recette de 0.5%.

IV EXERCICE-4$(1pt)$

$\pi\,(x\ ;\ y) = -3x^2 - 2y^2 - 2xy + 50x + 30y - 20.\pi'_x\,(x\ ;\ y) = -6x - 2y + 50$ et $\pi'_y\,(x\ ;\ y) = -4y - 2x + 30$

V EXERCICE-5$(4pts)$

1. $V\,(0) = \dfrac{85}{54} \simeq 1.57$ et $V\,(20) = \dfrac{85}{1+53e^{-0.5*20}} \simeq 84.8$
2. $\dfrac{85}{1+53e^{-0.5t}} = 40 \Leftrightarrow 85 = 40\left(1+53e^{-0.5t}\right)$ soit $e^{-0.5t} = \dfrac{1}{53}\left(\dfrac{85}{40} - 1\right) = \dfrac{9}{424}$ soit $-0.5t = \ln\dfrac{9}{424}$ou $t = -\dfrac{1}{0.5}\ln\dfrac{9}{424} \simeq \boxed{7.71}$

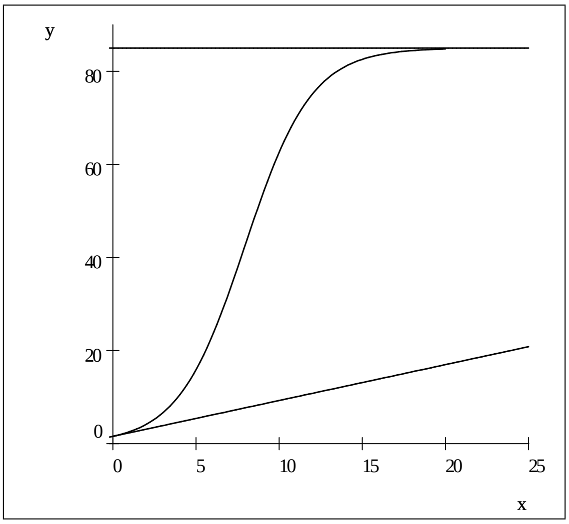
3. $V'(t) = -\dfrac{85 * 53\,(-0.5)\,e^{-0.5t}}{(1+53e^{-0.5t})^2} = 2252.5\dfrac{e^{-0.5t}}{(53e^{-0.5t}+1)^2} > 0$;

0	0	20
$V\prime$		
V	$\frac{85}{54}$ $\nearrow$	84.8

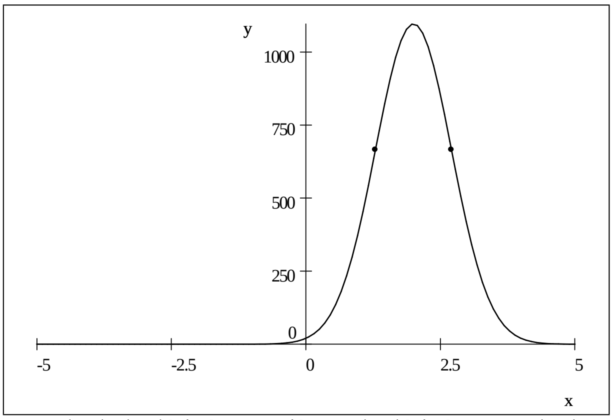
.

4. Le coefficient directeur de la tangente est $V'(0) = \dfrac{2252.5}{(54)^2} \simeq 0.77$ La tangente a pour équation :

$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ soit $y = 0.77x + y_0$ avec $y_0 = V(0) \simeq 1.57$ soit : $y = 0.77x + y_0$ ou $\boxed{y = 0.77x + 1.57}$



VI EXERCICE-6$(3pts)$



On calcule la dérivée première et la dérivée seconde, la convexité étant donnée par le signe de f".

$f'(x) = (4-2x)\,e^{4x-x^2+3}$ et $f"(x) = (4-2x)^2\,e^{4x-x^2+3} - 2e^{4x-x^2+3} = 2\left(e^{4x-x^2+3}\right)\left(2x^2 - 8x + 7\right)$; le trinôme admet pour racines : $x' = \frac{1}{2}\sqrt{2} + 2$ et $x" = 2 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$, ce qui donne :

$-\infty$		$2 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$		$\frac{1}{2}\sqrt{2} + 2$		$+\infty$
$y"$	$+$	0	$-$	0	$+$	
	convexe	Inflexion	concave	Inflexion	convexe	

.On a deux points d'inflexion de coordonnées approximatives : $A\,(1.3; 665.1)$ et $B\,(2.7; 665.1)$