I EXERCICE-1**(6pts)**

1. $Card\ \Omega = 26^6 = 3.089\,2 \times 10^8$. Si $A = \{a; b; ....z\}$ désigne l'ensemble des lettres de l'alphabet, un résultat possible est un $6 - uplet$ appartenant au produit cartésien A^6;
2. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.
   a. $Card\ \Omega = \binom{32}{5} = 201376$

   b. Soit A l'événement : "obtenir exactement trois coeurs", $Card\ A = \binom{8}{3} * \binom{24}{2} = 15456$. et $P\ (A) = \dfrac{\binom{8}{3} * \binom{24}{2}}{\binom{32}{5}} = \frac{69}{899} = 7.68 \times 10^{-2}$.

   c. Soit C l'événement " tirer exactement 1 pique ", $P\ (C) = \dfrac{\binom{8}{1} * \binom{24}{4}}{\binom{32}{5}} = \frac{759}{1798} = 0.422\,1$

   d. On doit calculer $P\ (A \cup C)$; on étudie $A \cap C$; cet événement est différent du vide on applique donc la formule de Poincaré : $P\ (A \cup C) = P\ (A) + P\ (C) - P\ (A \cap C) = \frac{69}{899} + \frac{759}{1798} - \dfrac{\binom{8}{1} * \binom{8}{3}\binom{16}{1}}{\binom{32}{5}} = \frac{833}{1798} = 0.463\,3$

3.

	Options		calculatrices		enveloppes
				$\nearrow$	E_1
			C_1	$\nearrow$	E_2
		$\nearrow$	C_2	$\nearrow$	E_3
	O_1	$\nearrow$	C_3	$\nearrow$	E_4
		$\nearrow$			
$\nearrow$					
$\star$					
$\searrow$					
		$\searrow$			
	O_2	$\searrow$			
		$\searrow$	C_1	$\searrow$	E_1
			C_2	$\searrow$	E_2
			C_3	$\searrow$	E_3
				$\searrow$	E_4

   $2 * 3 * 4 = 24$

4. La formule du binôme de Newton est : $\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=1}^{k=n} \binom{n}{k} a^k * b^{n-k}}$; on peut utiliser le triangle de Pascal (4éme ligne) : $(3x+2)^4 = (3x)^4 + 4\,(3x)^3 * 2 + 6\,(3x)^2 * 2^2 + 4\,(3x) * 2^3 + 2^4 = 81x^4 + 216x^3 + 216x^2 + 96x + 16$

II EXERCICE-2

On utilise la formule de Poincaré : $\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}\,(B) - \mathbf{P}\,(A \cap B)$ soit $\mathbf{P}\,(A \cap B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}\,(B) - \mathbf{P}(A \cup B)$ d'où $\mathbf{P}\,(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{8} - 0.3 = \boxed{0.025}$

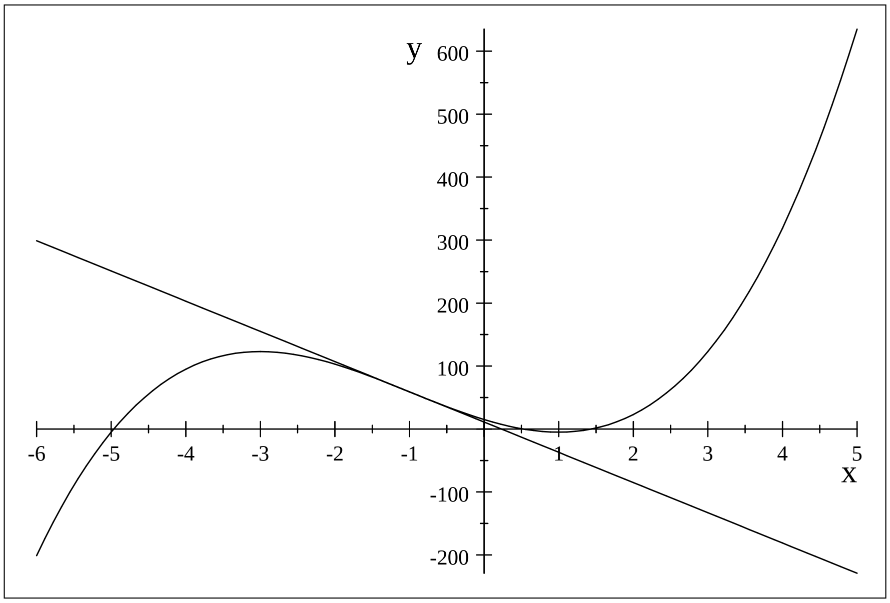
III EXERCICE-3

1. $C_m\,(q) = C'\,(q) = 1.47q^2 - 140q + 8820.$, donc $C_m\,(20) = 1.47 * 20^2 - 140 * 20 + 8820 = 6608.$ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 21 éme unité.
2. Calculer le coût moyen en $C_M\,(q) = \frac{0.49q^3 - 70q^2 + 8820q + 728\,000}{q}$ et $C_M\,(20) = \frac{0.49 * 20^3 - 70 * 20^2 + 8820 * 20 + 728000}{20} = 44016$.
3. $E_{C/q} = \frac{qC'}{C} = \dfrac{C_m}{C/q} = \dfrac{C_m}{C_M}$ soit $E_{C/q}(20) = \frac{6608}{44016} = 0.15$; si à partir d'une quantité de 20, q augmente de 1%, alors la variation prévisible du coût est de 0.15%.

IV EXERCICE-4(5pts)

1. L e domaine est $]-\infty;+\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $4x^3$, donc $-\infty$ à $-\infty$ et $+\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'(x) = 12x^2+24x-36 = 12(x+3)(x-1)$; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			123				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-5		

2. Convexité : $f^{"\prime}(x) = 24x+24$ ce qui montre que la dérivée seconde s'annule en -1, est négative sur $]-\infty;-1[$ et positive dans $]-1;+\infty[$; la fonction est concave sur $]-\infty;-1[$ et convexe sur $]-1;+\infty[$; il y a un point d'inflexion $I(-1;59)$.
3. La tangente en I a pour équation : $y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ soit ici : $y = f'(-1)(x+1)+f(-1)$ soit $y = -48(x+1)+59$, soit $y = -48x+11$
4. 

V EXERCICE-5

1. $5y^3-2x^4-2x^{0.5}y^{1.5}+50y+30x-40.$
2. $\pi'_x(x,y) = -8x^3-x^{-0.5}y^{1.5}+30$ et $\pi'_y(x;y) = 15y^2-3x^{0.5}y^{0.5}+50$
3. $\pi^{"}_{x^2}(x,y) = -24x^2-0.5x^{-1.5}y^{1.5}$et $\pi^{"}_{y^2}(x,y) = 30y-1.5x^{0.5}y^{-0.5}$ et $\pi^{"}_{xy}(x,y) = -1.5x^{-0.5}y^{0.5}$