L2-tdMATH

CONTRÔLE CONTINU FINAL

mardi 16 janvier 2007

SUJET A

I EXERCICE-1$(6pts)$

On considère la fonction de demande du bien X , donnée en fonctions des prix respectifs, p_x et p_y des biens X et Y par : $D_x = f(p_x;p_y) = 8500 - 6p_x^2 + 8p_y^{2.5}$

1. Calculer les dérivées partielles de D_x par rapport à chacune des variables.
2. Donner pour $p_x = 8$ et $p_y = 16$, l'élasticité-prix de la demande du bien X.; interpréter le résultat.
3. Donner pour $p_x = 8$ et $p_y = 16$, l'élasticité croisée de la demande du bien X par rapport au prix p_y.; interpréter le résultat.

II EXERCICE-2$(6pts)$

Dans une île, les mouvements de population peuvent être modélisés ainsi :

Chaque année, 40% des habitants de la capitale quittent celle-ci tandis que 20% du reste de l'île vient y habiter ; on considère qu'il n'y a pas d'autres mouvements de population.

1. On appelle $X_0 = \begin{bmatrix} 12000 \\ 5000 \end{bmatrix}$ l'état de la population l'année 0: 12000 habitants dans la capitale et 5000 dans le reste de l'île. Préciser l'état X_1,un an après.
2. Soit $A = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 \\ 0.4 & 0.8 \end{bmatrix}$, Ecrire la relation matricielle liant X_1et X_0.Calculer X_2 (état dans deux ans) en utilisant le calcul matriciel.
3. Montrer que la matrice A est inversible et vérifier que $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -0.5 \\ -1 & 1.5 \end{bmatrix}$. (le calcul détaillé doit figurer sur la copie)
4. Si l'état une certaine année est $X = \begin{bmatrix} 5692 \\ 11307. \end{bmatrix}$,déterminer l'état l'année précédente.

III EXERCICE-3.$(8pts)$

On considère l'équation matricielle : $X = AX + B$, avec : $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 100 \\ 50 \end{bmatrix}$;

1. Mettre cette équation sous la forme : $EX = B$, E matrice à déterminer.
2. Montrer que E est inversible et calculer E^{-1}.
3. Résoudre alors l'équation en utilisant le calcul matriciel.