CORRIGE CONTRÔLE CONTINU D

L2MATH

décembre 2013

1 EXERCICE-1(6pts)

1. Les codes
   a. $Card\,\Omega = A_{26}^3 * 9^2 = 26 * 25 * 24 * 9^2 = 1263600$
   b. $p = \dfrac{9 * A_{26}^3}{A_{26}^3 * 9^2} = \dfrac{1}{9} = 0.111\,1$
2. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.
   a. $Card\,\Omega = \binom{52}{6}. = 2.\,035\,852 \times 10^7$Soit A l'événement : "obtenir exactement quatre dames", $Card\,A = \binom{4}{4} * \binom{48}{2} = 1128$ et $P\,(A) = \dfrac{1128}{2.\,035\,852 \times 10^7} = 5.\,54 \times 10^{-5}$
   b. Soit C l'événement " tirer exactement 2 as", $P\,(C) = \dfrac{\binom{4}{2} * \binom{48}{4}}{\binom{52}{6}} = \dfrac{621}{10\,829} = 5.\,73 \times 10^{-2}$
   c. On doit calculer $P\,(A \cup C)$; on étudie $A \cap C$; cet événement est différent du vide et $P\,(A \cap C) = \dfrac{\binom{4}{4} * \binom{4}{2}}{\binom{52}{6}} = \dfrac{3}{10\,179\,260} = 2.\,95 \times 10^{-7}$on applique donc la formule de Poincaré : $P\,(A \cup C) = P\,(A) + P\,(C) - P\,(A \cap C) = 5.\,54 \times 10^{-5} + 5.\,73 \times 10^{-2} - 2.\,95 \times 10^{-7} = 5.\,74 \times 10^{-2}$
3. Consommateur
   $Card\,\Omega = 3^{10} = 59049$
4. La formule du binôme de Newton est : $\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} a^k * b^{n-k}}$; on peut utiliser le triangle de Pascal (4ème ligne) :
   $(3.5x+2)^4 = (3.5x)^4 + 4\,(3.5x)^3 * 2 + 6\,(3.5x)^2 * 2^2 + 4\,(3.5x) * 2^3 + 2^4 = 150.\,062\,5x^4 + 343x^3 + 294x^2 + 112x + 16$

2 EXERCICE-2

1. $8.\,4q^3 - 1200q^2 + 152\,400q + 12\,6000$
2. $C_m\,(q) = C'\,(q) = 3 * 8.4q^2 - 2400q + 152\,400 = 25.\,2q^2 - 2400q + 152\,400$
3. $C_m\,(45) = 25.\,2 * 45^2 - 2400 * 45 + 152\,400 = 95430$,ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 46 éme unité.
4. $C_M\,(q) = \frac{8.\,4q^3 - 1200q^2 + 152\,400q + 12\,6000}{q}$ et $C_M\,(45) = \frac{8.\,4*45^3 - 1200*45^2 + 152\,400*45 + 12\,6000}{45} = 118210$
5. $E_{C/q}\,(45) = \dfrac{C_m\,(45)}{C_M\,(45)} = \dfrac{95430}{118210} = 0.81$; si à partir d'une production de 45 unités, on augmente q de 1%,on peut estimer la variation du coût à une augmentation de 0.81%.

3 EXERCICE-4(5pts)

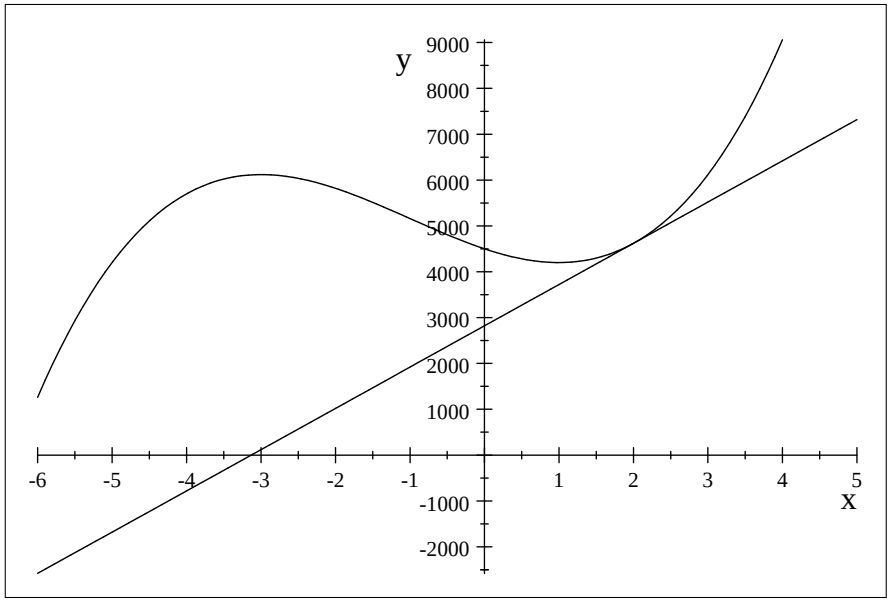
1. Le domaine est $]-\infty; +\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $60x^3$, donc $-\infty$ à $-\infty$ et $+\infty$ à $+\infty$. La dérivée est :

$f'(x) = 180x^2 + 360x - 540 = 180(x+3)(x-1)$ (après calcul du discriminant $\Delta = 518400$) et des deux racines -3 et 1) ; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6120	$\searrow$	4200	$\nearrow$	$+\infty$

2. La tangente en A a pour équation : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ soit ici : $y = f'(2)(x-2) + f(2)$.$f'(2) = 180(2+3)(2-1) = 900$ et $f(2) = 4620$

   soit $y = 900(x-2) + 4620 = 900x + 2820$, soit $y = 900x + 2820$

3. 

4 EXERCICE-5

1. $f(x;y) = 5x^3y^2 + 3y^{\frac{7}{3}} + \dfrac{x^3}{5} + 2x^2y + \dfrac{3}{2}$.
2. $f'_x(x,y) = 15x^2y^2 + \dfrac{3}{5}x^2 + 4xy$ et $f'_y(x;y) = 10x^3y + 7y^{\frac{4}{3}} + 2x^2$
3. $f''_{x^2}(x,y) = 30xy^2 + \dfrac{6}{5}x + 4y$ et $f''_{y^2}(x,y) = 10x^3 + \dfrac{28}{3}y^{\frac{1}{3}}$ et $f''_{xy}(x,y) = 30x^2y + 4x$