CORRIGE CONTRÔLE CONTINU C

L2MATH

décembre 2013

1 EXERCICE-1(6pts)

1. Les codes
   a. $Card\,\Omega = A_9^2 * 26^3 = 72 * 26^3 = 1265472.$
   b. $p = \dfrac{A_9^2 * A_{26}^3}{A_9^2 * 26^3} = \dfrac{25 * 24}{26^2} = 0.887\,6$
2. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.
   a. $Card\,\Omega = \binom{32}{5}. = 201376.$Soit A l'événement : "obtenir exactement trois dames", $Card\,A = \binom{4}{3} * \binom{28}{2}. = 1512$ et $P\,(A) = \dfrac{1512}{201376} = 7.\,5 \times 10^{-3}$
   b. Soit C l'événement " tirer exactement 2 as", $P\,(C) = \dfrac{\binom{4}{2} * \binom{28}{3}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{351}{3596} = 9.\,76 \times 10^{-2}$
   c. On doit calculer $P\,(A \cup C)$; on étudie $A \cap C$; cet événement est différent du vide $P\,(A \cap C) = \dfrac{\binom{4}{2} * \binom{4}{3}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{3}{25\,172} = 1.\,19 \times 10^{-4}$ et on applique donc la formule de Poincaré : $P\,(A \cup C) = P\,(A) + P\,(C) - P\,(A \cap C) = \dfrac{1512}{201376} + \dfrac{351}{3596} - \dfrac{3}{25\,172} = \dfrac{2643}{25\,172} = 0.1050$
3. Consommateur
   $Card\,\Omega = 3^{10} = 59049$
4. La formule du binôme de Newton est : $\boxed{(a+b)^n = \sum\limits_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} a^k * b^{n-k}}$; on peut utiliser le triangle de Pascal (4éme ligne) :
   $(2.5x+2)^5 = (2.5x)^5 + 5\,(2.5x)^4 * 2 + 10\,(2.5x)^3 * 2^2 + 10\,(2.5x)^2 * 2^3 + 5\,(2.5x) * 2^4 + 2^5 = 97.\,656\,25x^5 + 390.\,625x^4 + 625x^3 + 500x^2 + 200x + 32$

2 EXERCICE-2

1. $C_m\,(q) = C'\,(q) = 3 * 0.56q^2 - 160q + 10160. = 1.68q^2 - 160q + 10160$
2. $C_m\,(50) = 1.68 * 50^2 - 160 * 50 + 10160 = 6360$ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 51 éme unité.
3. Calculer le coût moyen en $C_M\,(q) = \frac{0.56q^3 - 80q^2 + 10160q + 840000}{q}$ et $C_M\,(50) = \frac{0.56*50^3 - 80*50^2 + 10160*50 + 840000}{50} = 24360$
4. $E_{C/q}\,(50) = \dfrac{C_m\,(50)}{C_M\,(50)} = \dfrac{6360}{24360} = \dfrac{53}{203} = 0.26.$ si à partir d'une production de 50 unités, on augmente q de 1%,on peut estimer la variation du coût à une augmentation de 0.26%.

3 EXERCICE-4(5pts)

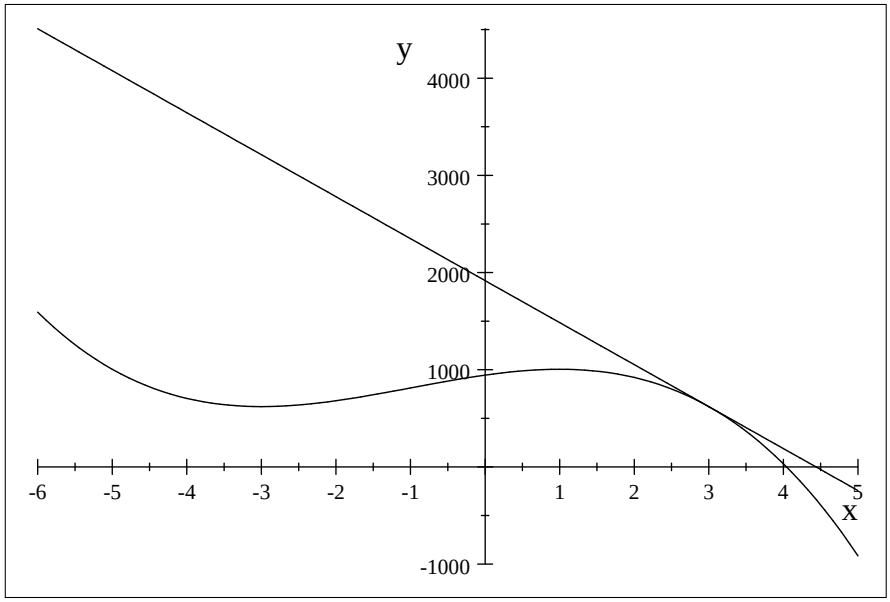
1. $f\,(x) = -12x^3 - 36x^2 + 108x + 945.$Le domaine est $]-\infty; +\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $-12x^3$, donc $+\infty$ à

$-\infty$ et $-\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'(x) = -36x^2 - 72x + 108 = -36(x+3)(x-1)$, après avoir calculé le discriminant et les deux racines -3 et 1 ; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	621	$\nearrow$	1005	$\searrow$	$-\infty$

2. La tangente en A a pour équation : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ soit ici : $y = f'(3)(x-3) + f(3)$.$f'(3) = -36(3+3)(3-1) = -432$ et $f(3) = 621$

   soit $y = -432(x-3) + 621 = -432x + 1917$, soit $y = -432x + 1917$

3. 

4 EXERCICE-5

1. $f(x;y) = 5xy^2 + 3y^{\frac{7}{2}} + \dfrac{x^3}{5} + 2xy^2 + \dfrac{3}{2}$

2. $f'_x(x,y) = 5y^2 + \dfrac{3}{5}x^2 + 2y^2 = \dfrac{3}{5}x^2 + 7y^2$ et $f'_y(x;y) = 10xy + \dfrac{21}{2}y^{\frac{5}{2}} + 4xy = 14xy + \dfrac{21}{2}y^{\dfrac{5}{2}}$

3. $f''_{x^2}(x,y) = \dfrac{6}{5}x$ et $f''_{y^2}(x,y) = 10x + \dfrac{105}{4}y^{\frac{3}{2}} + 4x$ et $f''_{xy}(x,y) = 14y$