CORRIGE CONTRÔLE CONTINU B

L2MATH

décembre 2013

1 EXERCICE-1(6pts)

1. Les codes
   a. $Card\ \Omega = 26^6 = 3.089\,158 \times 10^8$. Si $A = \{a; b; .....z\}$ désigne l'ensemble des lettres de l'alphabet, un résultat possible est un $6 - uplet$ appartenant au produit cartésien A^6.Il y en a $26^4 = 456976$ qui commencent par a.

   b. $p = \dfrac{A_{26}^6}{26^6} = \dfrac{\binom{26}{6} * 6!}{26^6} = 0.536\,6$

2. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.
   a. $Card\ \Omega = \binom{32}{5}. = 201376$ Soit A l'événement : "obtenir exactement deux rois", $Card\ A = \binom{4}{2} * \binom{28}{3}. = 19656.$ et $P\ (A) = \dfrac{19656}{201376} = 9.76 \times 10^{-2}$

   b. Soit C l'événement " tirer exactement 3 as", $P\ (C) = \dfrac{\binom{4}{3} * \binom{28}{2}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{27}{3596} = 7.5 \times 10^{-3}$

   c. On doit calculer $P\ (A \cup C)$; on étudie $A \cap C$; cet événement est différent du vide $P\ (A \cap C) = \dfrac{\binom{4}{2} * \binom{4}{3}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{24}{201376} = \dfrac{3}{25\,172} = 1.19 \times 10^{-4}$ et on applique donc la formule de Poincaré : $P\ (A \cup C) = P\ (A) + P\ (C) - P\ (A \cap C) = \dfrac{19656}{201376} + \dfrac{27}{3596} - \dfrac{3}{25\,172} = \dfrac{2643}{25\,172} = 0.1050$

3. Consommateur
   a. $Card\ \Omega = 2^4 = 16$

   b. $\binom{4}{2} = 6.$

4. La formule du binôme de Newton est : $\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} a^k * b^{n-k}}$; on peut utiliser le triangle de Pascal (4éme ligne) : $(3x+1.5)^5 = (3x)^5 + 5\,(3x)^4 * 1.5 + 10\,(3x)^3 * 1.5^2 + 10\,(3x)^2 * 1.5^3 + 5\,(3x) * 1.5^4 + 1.5^5 = 243x^5 + 607.5x^4 + 607.5x^3 + 303.75x^2 + 75.937\,5x + 7.593\,75$

2 EXERCICE-2

1. $C_m\ (q) = C'\ (q) = 0.96q^2 - 70q + 508.C_m\ (80) = 0.96 * 80^2 - 70 * 80 + 508 = 1052$,ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 81 éme unité.

2. Calculer le coût moyen en $C_M\ (q) = \frac{0.32q^3 - 35q^2 + 508q + 420000}{q}$ et $C_M\ (80) = \frac{0.32*80^3 - 35*80^2 + 508*80 + 420000}{80} = 5006.$

3 EXERCICE-4(5pts)

1. L e domaine est $]-\infty; +\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $-6x^3$, donc $+\infty$ à $-\infty$ et $-\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'\ (x) = -18x^2 - 36x + 54 = -18\,(x+3)\,(x-1)$; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

2.

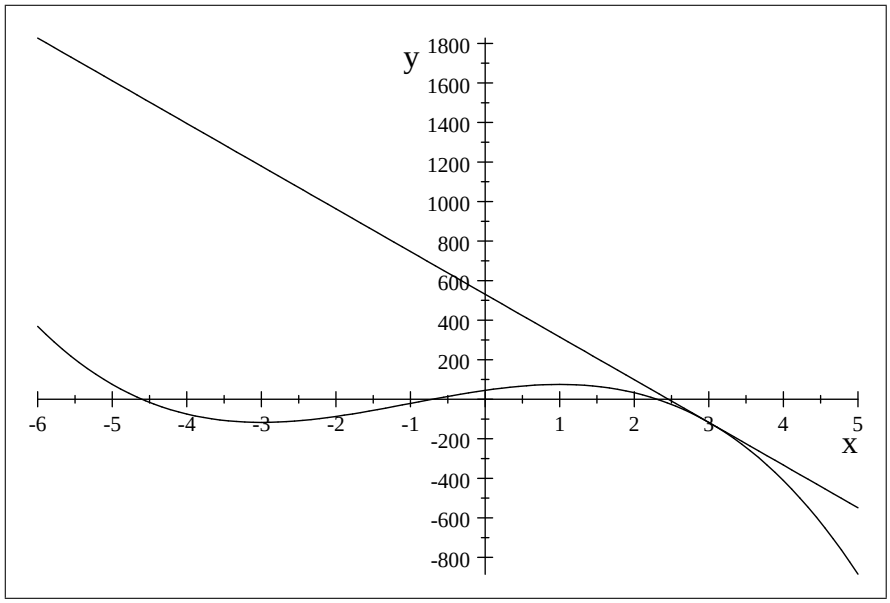
x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	207	$\nearrow$	75	$\searrow$	
			-117				$-\infty$

3. $f(x) = -6x^3 - 18x^2 + 54x + 45$

4. $f(3) = -117.0$

5. La tangente en A a pour équation : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ soit ici : $y = f'(3)(x-3) + f(3).f'(3) = -18(3+3)(3-1) = -216$ et $f(3) = -117$

   soit $y = -216(x-3) - 117 = -216x + 531$, soit $y = -216x + 531$

6. 

4 EXERCICE-5

1. $f(x;y) = x^2y^2 + 3y^{\frac{5}{2}} + \dfrac{x^3}{2} + 2xy^2 + \dfrac{7}{2}$

2. $\pi'_x(x,y) = 2xy^2 + \dfrac{3}{2}x^2 + 2y^2$ et $\pi'_y(x;y) = 2x^2y + \dfrac{15}{2}y^{\frac{3}{2}} + 4xy$

3. $\pi''_{x^2}(x,y) = 2y^2 + 3x$ et $\pi''_{y^2}(x,y) = 2x^2 + \dfrac{45}{4}y^{\frac{1}{2}} + 4x$ et $\pi''_{xy}(x,y) = \pi''_{yx}(x,y) = 4xy + 4y$