

CORRIGE DU CONTRÔLE CONTINU A

L2 Statistique

Mars 2013

1 EXERCICE-1

1. On trouve $n = 792996$ et les fréquences sont dans le tableau ci-dessous :

a_i	b_i	n_i	x_i	f_i	f_{icc}	f_{icD}	A_i	d_i	n_{icor}	$f_i x_i$
15	20	12 949	17,5	0,0163	0,0163	1	5	2589,80	10359,2	0,2858
20	24	101 133	22	0,1275	0,1439	0,9837	4	25283,25	101133	2,8057
24	30	246 333	27	0,3106	0,4545	0,8561	6	41055,50	164222	8,3872
30	35	262 395	32,5	0,3309	0,7854	0,5455	5	52479,00	209916	10,754
35	39	133 368	37	0,1682	0,9536	0,2146	4	33342,00	133368	6,2228
39	45	34 571	42	0,0436	0,9972	0,0464	6	5761,83	23047,33	1,831
45	50	2 115	47,5	0,0027	0,9998	0,0028	5	423,00	1692	0,1267
50	55	132	52,5	0,0002	1	0,0002	5	26,40	105,6	0,0087
		792 996		1						30,422

2. Il y a 4.64% d'enfants nés d'une mère de plus de 39 ans et 14.39 % nés d'une mère de moins de 24 ans.

3. Histogramme

Les classes étant d'amplitudes inégales, on utilise la densité, $d_i = \frac{n_i}{A_i}$ ou les effectifs corrigés $n_{icor} = 4d_i$, 4 étant l'amplitude minimale de classe, ou les fréquences corrigées, $f_{icor} = 4 \frac{n_i}{A_i}$ (voir tableau).

4. Calcul de Q_3 : on localise Q_3 dans la classe $[30; 35[$ (la fréquence cumulée passe le seuil des 75%), puis on effectue une interpolation linéaire :

$$\frac{0.7854 - 0.4545}{35 - 30} = \frac{0.75 - 0.4545}{Q_3 - 30} \text{ soit } Q_3 - 30 = 5 \frac{0.75 - 0.4545}{0.7854 - 0.4545} \text{ soit } Q_3 = 30 + 5 \frac{0.75 - 0.4545}{0.7854 - 0.4545} = 34.47 \text{ Il y a donc 75\% d'enfants nés d'une mère de moins de 34.47 ans en 2011.}$$

5. La moyenne est donnée par : $\bar{x} = \sum f_i x_i \approx 30.42$ ans.

6. La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe $[30; 35[$ et le mode est calculé en considérant les classes encadrant la classe modale, ce qui donne avec les notations du cours : $\begin{cases} x_1 = 30 \\ x_2 = 35 \end{cases}, \begin{cases} h = 52479 \\ h_1 = 41055.5 \text{ et } h_2 = 33342 \end{cases}$

$$\begin{cases} k_1 = h - h_1 = 52479 - 41055.51 = 11423.49 \\ k_2 = h - h_2 = 52479 - 33342 = 19137 \end{cases} \quad : \text{ et pour conclure :}$$

$$M_o = \frac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \frac{19137 * 30 + 11423.49 * 35}{19137 + 11423.49} = 31.87 ; \text{ comme prévu, le mode est plus proche de 30, car il est attiré par la classe de gauche, de densité plus importante.}$$

7. $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = 30.82$ et $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} \approx 5.55$

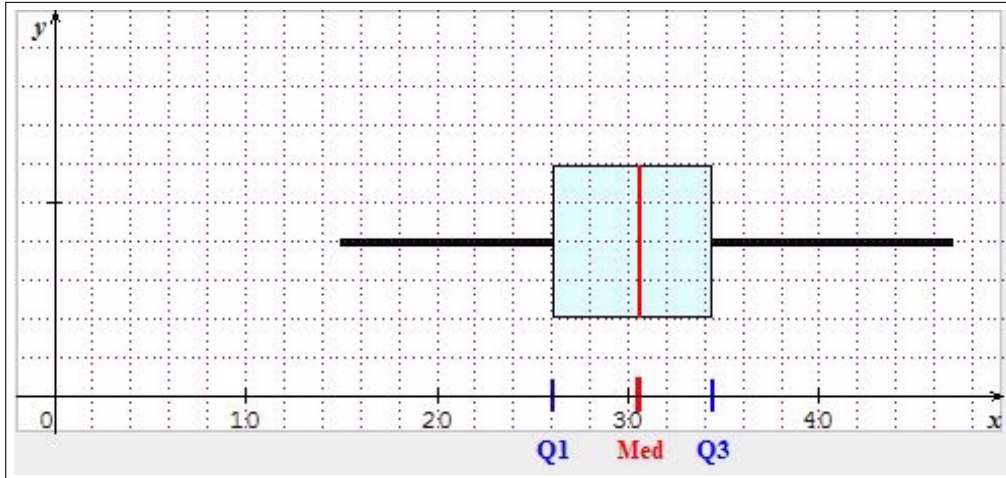
8. $\bar{x} - \sigma(x) = 30.42 - 5.55 = 24.87$ et $\bar{x} + \sigma(x) = 30.42 + 5.55 = 35.97$: Pour les intervalles ne correspondant pas à une classe entière, on multiplie la densité correspondante par l'amplitude de l'intervalle, d'après la formule : $n_i = A_i * d_i$.

	Amplitude	densité	Effectif estimé
$[24,87;30[$	5,13	41055,50	210614,72
$[30 ; 35[$			262395,00
$[35;35,97[$	0,97	33342,00	32341,74
Effectif total estimé			505351,46

, ce qui donne un pourcentage de $\frac{505351.46}{792996} = 0.6373$ soit

63.73%.

2 EXERCICE-2



1. On prend la convention limitant la taille d'une moustache à $1.5EIQ$, soit ici $1.5 * (34.47 - 26.05) = 12.63$
 Il reste à mesurer les moustaches : à gauche, $Q_1 - 15 = 26.05 - 15 = 11.05$ donc rien à corriger et à droite, $55 - Q_3 = 55 - 34.47 = 20.53$ donc une taille supérieure à 12.63, on limite donc la moustache de droite à $Q_3 + 12.63 = 34.47 + 12.63 = 47.1$.
2. $C_Y = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{26.05 + 34.47 - 2 * 30.69}{34.47 - 26.05} = -0.10$; ce coefficient est négatif, ce qui est le signe d'une distribution légèrement étalée à gauche, la médiane se trouve légèrement à droite du milieu de la boîte.