CORRIGE CONTRÔLE CONTINU BLANC

L2-AES

Novembre 2013

1 EXERCICE-1

1. Notons A l'événement :" les trois personnes réservent dans trois hôtels différents" ; $\Omega = 5^3 = 125$; par ailleurs, les cas favorables sont les triplets de trois hôtels différents, et $Card\ A = A_5^3$, ce qui donne : $P\left(A\right) = \dfrac{A_5^3}{125} = \dfrac{5*4*3}{125} = 0.48$ soit 48%.

2. Le parti peut avoir aucun élu ou 1 élu, ou 2, etc et au maximum 7 élus, ce qui donne :
$Card\left(\Omega\right) = \binom{7}{0} + \binom{7}{1} + ... + \binom{7}{7}$,soit la somme des termes de la 7eme ligne du triangle de Pascal, et donc d'après le cours : $Card\left(\Omega\right) = 2^7 = 128$.

3. $Card\,\Omega = \binom{52}{5} = 2598960$
   a. Soit A l'événement : "obtenir exactement deux dames", $CardA = \binom{4}{2} * \binom{48}{3} = 103776$ et $P\left(A\right) = \dfrac{\binom{4}{2} * \binom{48}{3}}{\binom{52}{5}} = \dfrac{103776}{2598960} = 3.99 \times 10^{-2}$
   b. Soit B l'événement : "obtenir trois piques ", $P\left(B\right) = \dfrac{\binom{13}{3}\binom{39}{2}}{\binom{52}{5}} = \dfrac{211\,926}{2598960} = 8.15 \times 10^{-2}$
   c. Soit $C = A \cup B$; on détermine $A \cap B$: "deux dames et trois piques" ; cet événement n'est pas vide, on utilise la formule de Poincaré : $P\left(A \cup B\right) = P\left(A\right) + P\left(B\right) - P\left(A \cap B\right)$.
   Pour le calcul de $P\left(A \cap B\right)$, on doit distinguer 2 cas :
   Les tirages avec la dame de pique et donc alors une autre dame, deux autres piques et une autre carte (ni dame, ni pique) : $\binom{3}{1}\binom{12}{2}\binom{26}{1}$
   Les tirages sans la dame de pique, donc avec deux autres dames et trois cartes de pique tirées parmi les 12 piques restant après avoir enlevé la dame de pique : $\binom{3}{2}\binom{12}{3}$
   $P\left(A \cap B\right) = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{12}{2}\binom{26}{1} + \binom{3}{2}\binom{12}{3}}{\binom{52}{5}} = \dfrac{121}{54\,145} = 2.2 \times 10^{-3}$soit 0.22%,donc $P\left(A \cup B\right) = 3.99 \times 10^{-2} + 8.$
   $15 \times 10^{-2} - 0.0022 = 0.119\,2$
   d. Soit D :"au plus une dame" ; on peut utiliser l'événement contraire : $\overline{D}$: "aucune dame" et $P\left(\overline{D}\right) = 1 - P\left(D\right)$.
   e. $P\left(D\right) = 1 - P\left(\overline{D}\right) = 1 - \dfrac{\binom{48}{5}}{\binom{52}{5}} = \dfrac{18\,472}{54\,145} = 0.341\,2$

4. Un digicode compore 10 chiffres (de 0 à 9) et deux lettres A et B. Un code est constitué de quatre chiffres distincts et d'une lettre.
   a. $Card\ \Omega = \binom{2}{1}\binom{10}{4} * 5! = 50\,400$,car on choisit une lettre parmi 2, 4 chiffres distincts parmi 10 et on permutte ces 5éléments de toutes les façons possibles. Soit E l'événement le code commence par A, $Card(E) = A_{10}^4 = 10*9*8*7 = 5040$,on place le A en première position puis on choisit 4nombres distincts et on les ordonne. Donc $P\left(E\right) = \dfrac{5040}{50\,400} = 0.10$,soit 10%.
   b. Soit $F =$ "Le code finit par une lettre", $Card(F) = 2 * A_{10}^4 = 10080$,car on place une lettre en dernière position, il y a deux possibilités : A ou B,puis pour les 4 premières place on choisit 4 nombres distincts que l'on ordonne. En conclusion : $P\left(F\right) = \dfrac{10080}{50\,400} = 0.20$.

5. D'après la formule du binôme de Newton et le triangle de Pascal, on a : $\left(a+b\right)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$, soit :

$(2x+0.5)^5 = 32x^5 + 40x^4 + 20x^3 + 5x^2 + 0.625\,x + 0.031\,25$

2 EXERCICE-2

On note respectivement H et V les événements "être un homme" et "ne pas aimer faire des courses de vêtements".

1. $P(H \cap V) = \dfrac{36}{500} = 0.072$
2. La formule de Poincaré donne : $P(H \cup V) = P(H) + P(V) - P(H \cap V) = \dfrac{270}{500} + \dfrac{140}{500} - \dfrac{36}{500} = \frac{187}{250} = 0.748$

3 EXERCICE-3

$C(q) = 0.000\,35q^3 - 0.05q^2 + 6.3q + 520$ pour $q \geq 0$

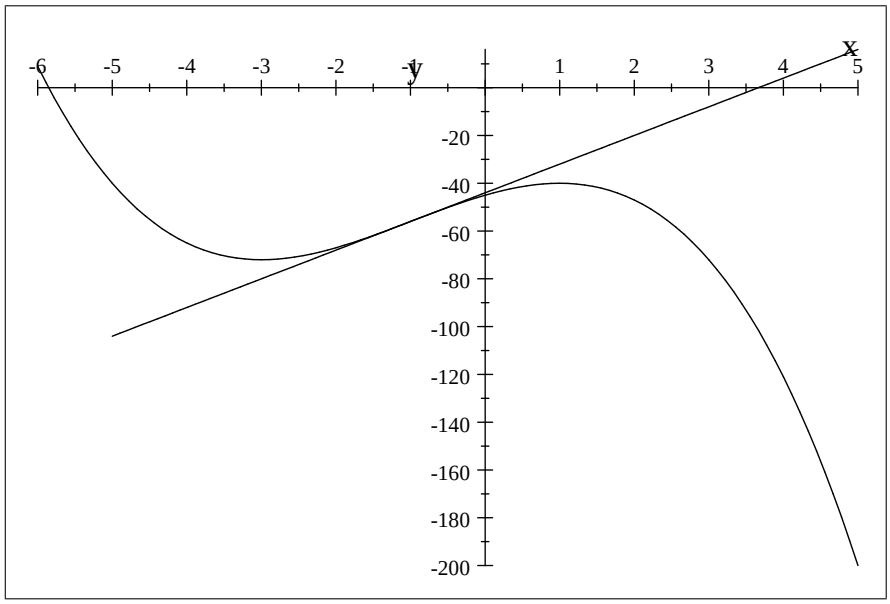
1. $C_m(q) = C'(q) = 0.00105q^2 - 0.1q + 6.3$, donc $C_m(70) = 0.00105 * 70^2 - 0.1 * 70 + 6.3 = 4.445$ ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 71^{ème}unité.
2. Calculer le coût moyen en $C_M(q) = \frac{0.000\,35q^3 - 0.05q^2 + 6.3q + 520}{q}$ et $C_M(70) = \frac{0.000\,35*70^3 - 0.05*70^2 + 6.3*70 + 520}{70} = 11.94$
3. $E_{C/q} = \frac{qC'}{C} = \dfrac{C_m}{C/q} = \dfrac{C_m}{C_M}$ soit $E_{C/q}(70) = \frac{4.45}{11.94} \simeq 0.37$; si à partir d'une quantité de 70, q augmente de 1%, alors la variation prévisible du coût est de 0.37%.

4 EXERCICE-4

1. L e domaine est $]-\infty; +\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $-x^3$, donc $+\infty$ à $-\infty$ et $-\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'(x) = -3x^2 - 6x + 9 = -3(x+3)(x-1)$; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y\prime$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-72	$\nearrow$	-40	$\searrow$	$-\infty$

2. La tangente en I a pour équation : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ soit ici : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ soit $y = 12(x+1) - 56$ soit $y = 12x - 44$

3. 

5 EXERCICE-5

1. $\pi(x;y) = -3y - 2x^3 - 2x^{0.4}y^{0.6} + 50y + 30x - 40$ et $\pi(2;3) = -9 - 2*8 - 2*2^{0.4}*3^{0.6} + 150 + 60 - 40 \simeq \boxed{139.90}$

   $\begin{cases} \pi'_x(x,y) = -6x^2 - 0.8x^{-0.6}y^{0.6} + 30 \\ \pi'_y(x;y) = -3 - 2x^{0.4}0.6y^{-0.4} + 50 = -1.2x^{0.4}y^{-0.4} + 47 \end{cases}$ et .On en déduit : $\pi'_x(2,3) = -6*4 - 2*2^{-0.6}*3^{0.6} + 30 \simeq \boxed{3.4492}$ et $\pi'_y(2;3) = -1.2x^{0.4}y^{-0.4} + 47 = -1.2*2^{0.4}*3^{-0.4} + 47 \simeq= \boxed{45.9797}$

2. On a en fait trois dérivées partielles secondes : $\pi''_{x^2}(x,y) = \boxed{-12x + 0.48x^{-1.6}y^{0.6}}$ et $\pi''_{y^2}(x,y) = \boxed{-0.48x^{0.4}*y^{-1.4}}$.et enfin : $\boxed{\pi''_{xy}(x,y) = \pi''_{yx}(x,y) = -0.48x^{-0.6}y^{-0.4}}$