CORRIGE CONTRÔLE CONTINU C

L2AES

Novembre 2012

1 EXERCICE-1(6pts)

1. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.

   a. $Card\,\Omega = \binom{32}{5} = 201376$

   Soit A l'événement : "obtenir exactement trois coeurs", $Card\ A = \binom{8}{3} * \binom{24}{2} = 15456.$ et $P\ (A) = \dfrac{\binom{8}{3} * \binom{24}{2}}{\binom{32}{5}} = 7.\ 68 \times 10^{-2}$

   b. Soit B l'événement " tirer au moins 2 coeurs " ; on introduit l'événement contraire " tirer 0 ou 1 coeur", on a : $P\left(\overline{B}\right) = \dfrac{\binom{8}{0} * \binom{24}{5} + \binom{8}{1} * \binom{24}{4}}{\binom{32}{5}} = 0.633\,2$ et $P\,(B) = 1 - P\left(\overline{B}\right) = 1 - 0.633\,2 = 0.366\,8$

   c. C :"deux piques" $P\ (C) = \dfrac{\binom{8}{2} * \binom{24}{3}}{\binom{32}{5}} = 0.281\,4$

   d. On doit calculer $P\ (A \cup C)$; on étudie $A \cap C$; cet événement est différent du vide on applique donc la formule de Poincaré : $P\ (A \cup C) = P\ (A) + P\ (C) - P\ (A \cap C) = 7.\,68 \times 10^{-2} + 0.281\,4 - \dfrac{\binom{8}{3} * \binom{8}{2}}{\binom{32}{5}} = 0.350\,4$

2. Message

   a. $Card\,\Omega = 3^{10} = 59049.$

   b. $\dfrac{\binom{10}{3} * 2^7}{3^{10}} = 0.260\,1$

3. La formule du binôme de Newton est : $\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} a^k * b^{n-k}}$; on peut utiliser le triangle de Pascal (6éme ligne) : $(2x+1)^6 = 64x^6 + 192x^5 + 240x^4 + 160.x^3 + 60.x^2 + 12.x + 1.$

2 EXERCICE-2

1. On sait que : $C_n = C_0\,(1+i)^n$, soit ici : $C_n = 30000\,(1.0345)^n$ et on doit résoudre : $30000\,(1.0375)^n = 35000$, soit $(1.0345)^n = \frac{35}{30}$ et en passant aux logaritmes népériens : $\ln\,(1.0345^n) = \ln \frac{7}{6}$ soit $n \ln 1.0345 = \ln \frac{7}{6}$ ou $n = \frac{\ln \frac{7}{6}}{\ln 1.0345} = 4.$ 54ans

2. $E_{R/q} = \frac{qR'}{R}$; on calcule $R'(q) = 10\left[2qe^{-q^3} + q^2\left(-3q^2\right)e^{-q^3}\right] = 10qe^{-q^3}\left[2 - 3q^3\right]$, ce qui donne : $E_{R/q} = \dfrac{q * 10qe^{-q^3}\left(2 - 3q^3\right)}{10q^2e^{-q^3}} = 2 - 3q^3$

3 EXERCICE-3

1. $-3y^3 - \dfrac{x^2}{5} - 2xy^{2.5} + 5y + 3x - 4.$

2. $\pi'_x\left(x,y\right)=-\dfrac{2}{5}x-2y^{2.5}+3$ et $\pi'_y\left(x;y\right)=-\,9y^2-5xy^{1.5}+5$

3. $\pi"_{x^2}\left(x,y\right)=-\dfrac{2}{5}$et $\pi"_{y^2}\left(x,y\right)=-18y-7.5xy^{0.5}$ et $\pi"_{xy}\left(x,y\right)=-5y^{1.5}$

4 EXERCICE-4

$C\left(q\right)=0.00175q^4-0.25q^2+31.5q+2600$

1. $C_m\left(q\right)=C'\left(q\right)=\left(0.00175q^4-0.25q^2+31.5q+2600\right)'=4*0.00175q^3-0.5q+31.5=0.007\,q^3-0.5q+31.5$, donc $C_m\left(30\right)=0.007*30^3-0.5*30+31.5=205.5$ ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 31 éme unité.

2. Le coût moyen est : $C_M\left(q\right)=\frac{0.00175q^4-0.25q^2+31.5q+2600}{q}$ et $C_M\left(30\right)=\frac{0.00175*30^4-0.25*30^2+31.5*30+2600}{30}=157.92$

5 EXERCICE-5

1. L e domaine est $]-\infty;+\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $2x^3$, donc $-\infty$ à $-\infty$ et $+\infty$ à $+\infty$. La dérivée est : $f'\left(x\right)=6x^2+6x-12=6\left(x-1\right)\left(x+2\right)$; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de a entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$y\prime$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	45	$\searrow$	18	$\nearrow$	$+\infty$

2. Convexité : $f"'\left(x\right)=12x+6$ ce qui montre que la dérivée seconde s'annule en $-1/2$, est négative sur $]-\infty;-1/2[$ et positive dans $]-1/2;+\infty[$; la fonction est concave sur $]-\infty;-1/2[$ et convexe sur $]-1/2;+\infty[$; il y a un point d'inflexion $I(-1/2;31.5)$ car $f(-0.5)=31.5$

3. La tangente en I a pour équation : $y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+f\left(x_0\right)$ soit ici : $y=f'\left(-0.5\right)\left(x+0.5\right)+f\left(-0.5\right)$ soit $y=-13.5\left(x+0.5\right)+31.5$ soit $y=-13.5x+24.75$

4.