# CORRIGE CONTRÔLE CONTINU D

L2 AES

NOVEMBRE 2012-Mercredi

## 1 EXERCICE-1(6pts)

1. Jeu de cartes
   a. Soit $A$ l'événement : "obtenir exactement 2 coeurs", $Card\ A = \binom{13}{2} * \binom{39}{4} = 6415578.$ et $P\ (A) = \dfrac{\binom{13}{2} * \binom{39}{4}}{\binom{52}{6}} = 0.315\,1$

   b. Soit $B$ l'événement " tirer au moins deux coeurs ", $P\ \left(\overline{B}\right) = \dfrac{\binom{13}{0} * \binom{39}{6} + \binom{13}{1} * \binom{39}{5}}{\binom{52}{6}} = \frac{2109}{3995} = 0.527\,9$ et $P\ (B) = 1 - P\ \left(\overline{B}\right) = 1 - 0.5279 = 0.472\,1$

   c. Soit $C$ l'événement : "obtenir exactement 4 piques" ; $P\ (C) = \dfrac{\binom{13}{4} * \binom{39}{2}}{\binom{52}{6}} = 2.60 \times 10^{-2}$

   d. On doit calculer $P\ (A \cup C)$ ; on étudie $A \cap C$ ; cet événement est différent du vide on applique donc la formule de Poincaré : $P\ (A \cup C) = P\ (A) + P\ (C) - P\ (A \cap C) = 0.315\,1 + 2.60 \times 10^{-2} - \dfrac{\binom{13}{4} * \binom{13}{2}}{\binom{52}{6}} = 0.338\,4$

   a. $4^{10} = 1048\,576$

   b. $\dfrac{\binom{10}{6} * 2^4}{1048\,576} 3.2 \times 10^{-3}$

2. La formule du binôme de Newton est : $\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=1}^{k=n} \binom{n}{k} a^k * b^{n-k}}$ ; on peut utiliser le triangle de Pascal (4éme ligne) : $(x+3)^5 = x^5 + 15x^4 + 90x^3 + 270x^2 + 405x + 243$

## 2 EXERCICE-2

1. On sait que : $C_n = C_0 (1+i)^n$ , soit ici : $C_n = 25000\,(1.0365)^n$ et on doit résoudre : $25000\,(1.0365)^n = 32000$, soit $(1.0365)^n = \dfrac{32000}{25000}$ et en passant aux logarithmes népériens : $\ln (1.0365)^n = \ln \frac{32}{25}$ soit $n \ln 1.0365 = \ln \frac{32}{25}$ ou $n = \frac{\ln \frac{32}{25}}{\ln 1.0365} = 6.89$ ans
2. $E_{R/q} = \frac{qR'}{R}$ ; on calcule $R'(q) = 25 \left(e^{-2q^3} + q\left(-6q^2\right) e^{-2q^3}\right) = 25e^{-2q^3}\left(1 - 6q^3\right)$, ce qui donne : $E_{R/q} = \dfrac{q25e^{-2q^3}\left(1-6q^3\right)}{25qe^{-2q^3}} = 1 - 6q^3$

## 3 EXERCICE-3

1. $-3y^2 - \frac{1}{5}x^2 - 2xy^{\frac{7}{2}} + 50y + 3x - 4.$
2. $\pi'_x\,(x,y) = -\frac{2}{5}x - 2y^{\dfrac{7}{2}} + 3$ et $\pi'_y\,(x,y) = -6y - 7xy^{\dfrac{5}{2}} + 50$
3. $\pi''_{x^2}\,(x,y) = -\frac{2}{5}$ et $\pi''_{y^2}\,(x,y) = -6 - \frac{35}{2}xy^{1.5}$ et $\pi''_{xy}\,(x,y) = -7y^{2.5}$

# 4 EXERCICE

$C(q) = 0.00175q^5 - 0.25q^2 + 35.1q + 1600$

1. $C_m(q) = C'(q) = 5 * 0.00175q^4 - 0.5q + 35.1$, donc $C_m(20) = 5 * 0.00175 * 20^4 - 0.5 * 20 + 35.1 = 1425.1$ce qui donne une estimation du coût d'une unité supplémentaire donc de la 21 éme unité.

2. Le coût moyen est : $C_M(q) = \dfrac{0.00175q^5 - 0.25q^2 + 35.1q + 1600}{q}$ et $C_M(20) = \dfrac{0.00175 * 20^5 - 0.25 * 20^2 + 35.1 * 20 + 1600}{20} = 390.1$

# 5 EXERCICE-5

1. Le domaine est $]-\infty; +\infty[$ et les limites à l'infini sont celle de $-4x^3$, donc $-\infty$ à $+\infty$ et $+\infty$ à $-\infty$. La dérivée est : $f'(x) = -12x^2 + 6x + 6 = -12(x-1)(x+0.5)$ ; la règle sur le signe du trinome du second degré (signe contraire de $a$ entre les racines) permet de conclure sur le sens de variations :

| $x$ | $-\infty$ | | $-0.5$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y\prime$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $43.25$ | $\nearrow$ | $50$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

2. Convexité : $f"'(x) = -24x + 6$ ce qui montre que la dérivée seconde s'annule en $1/4$, est positive sur $]-\infty; 1/4[$ et négative dans $]1/4; +\infty[$ ; la fonction est convexe sur $]-\infty; 1/4[$ et concavesur $]1/4; +\infty[$ ; il y a un point d'inflexion $I(1/4; 46.625)$ car

3. La tangente en $I$ a pour équation : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ soit ici : $y = f'(0.25)(x - 0.25) + f(0.25)$ soit $y = 6.75(x - 0.25) + 46.625$, soit $y = 6.75x + 44.9375$

4.