

I EXERCICES AVEC CORRECTION

1. EXERCICE 1

On considère la distribution suivante dont les données proviennent d'une enquête portant sur l'âge des individus d'un centre pour personnes très âgées.

x_i	n_i
102	95
103	79
104	75
105	59
106	29
107	19
108	7
109	3
110	1

- Préciser la nature du caractère étudié.
- Déterminer l'âge médian de cette population.
- Calculer les quartiles de cette série.

2. EXERCICE 2

La répartition des indemnités de 400 sinistres dans un certain secteur d'une compagnie d'assurance est donnée par le tableau suivant :

Montant en €	fréquence f_i
[6000 ; 7600[0.05
[7600 ; 8400[0.085
[8400 ; 9200[0.25
[9200 ; 10000[0.2375
[10000 ; 11600[0.31
[11600 ; 14000[0.0675

- Préciser le caractère étudié et sa nature.
 - Calculer la moyenne de cette série.
 - Déterminer la classe modale de cette série.
 - Représenter cette série par un histogramme.
 - Déterminer la médiane par le calcul et vérifier graphiquement en représentant le graphique des fréquences cumulées croissantes.

II CORRIGES DES EXERCICES 1 ET 2

1. CORRIGE EXERCICE 1

x_i	n_i	$n_{i,cc}$
102	95	95
103	79	174
104	75	249
105	59	308
106	29	337
107	19	356
108	7	363
109	3	366
110	1	367
	367	

- Il s'agit d'un caractère quantitatif discret, l'âge des pensionnaires d'un centre gériatrique.

- c. On calcule l'effectif total qui est : $n = 367$. Ce nombre est impair ; la médiane est la valeur centrale, l'observation de rang $\frac{368}{2} = 184$, c'est-à-dire 104 ; $M_e = 104$.
- d. On a déjà : $Q_2 = M_e = 104$; pour déterminer Q_1 , on calcule $\frac{n}{4} = \frac{367}{4} = 91.75$; Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'il y ait au moins 25% des valeurs de la série inférieures ou égales à Q_1 , donc la 92^{ème} observation : $Q_1 = 102$
- Pour Q_3 on calcule $\frac{3n}{4} = \frac{3 * 367}{4} = 275.25$; on doit avoir au moins 75% des plus petites valeurs de la série inférieures ou égales à Q_3 , Q_3 est donc la 276^{ème} observation, soit 105.

2. CORRIGE EXERCICE 2

- a. Il s'agit du montant des indemnités de 400 sinistres. C'est un caractère quantitatif continu.

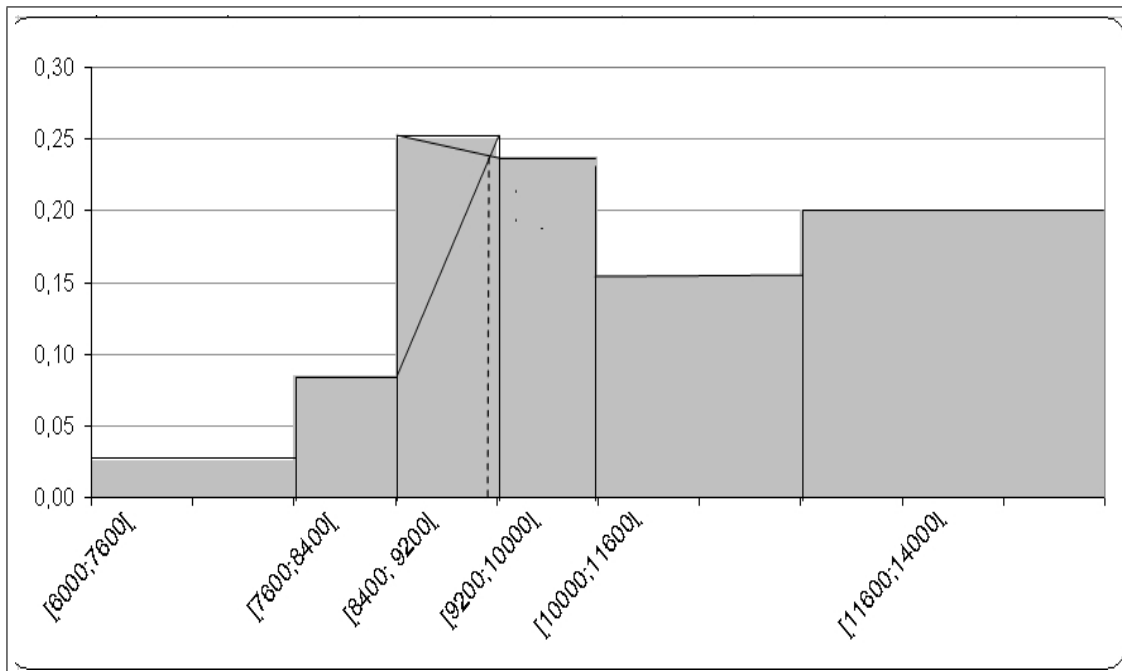
b. La moyenne est donnée par : $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \sum f_i x_i$ et on trouve : $\bar{x} = 9712 \text{ €}$

3. Les amplitudes de classes sont différentes, on doit donc déterminer les densités (d'effectifs ou de fréquences) ; la classe modale est la classe de plus forte densité, c'est la classe : $[8400 ; 9200 [$. On a calculé dans le tableau ci-dessous les fréquences corrigées, $f_{i,cor}$, obtenues en multipliant la densité par l'amplitude minimale de classe, 800. On va déterminer, à l'intérieur de la classe modale, le

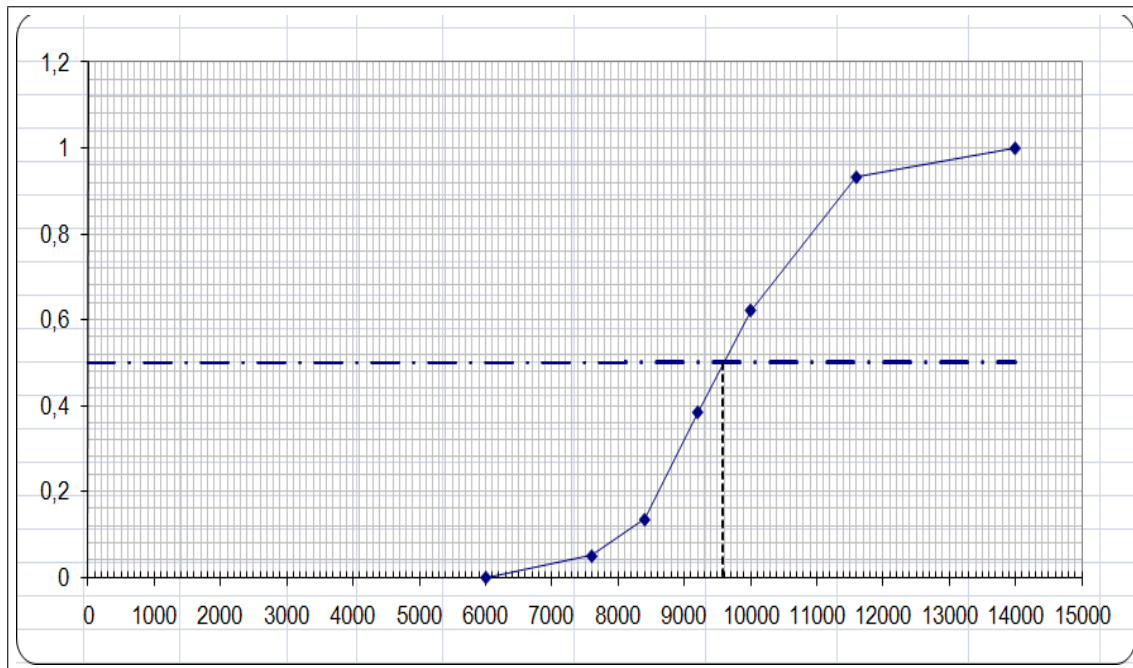
mode défini par : $M_o = \frac{h_2 x_1 + h_1 x_2}{h_2 + h_1}$, avec $\begin{cases} x_1 = 8400 \text{ et } x_2 = 9200 \\ h_1 = 0.25 - 0.09 = 0.16 \\ h_2 = 0.25 - 0.24 = 0.01 \end{cases}$: soit : $M_o = \frac{0.01 * 8400 + 0.16 * 9200}{0.01 + 0.16} \approx 9152.94 \text{ €}$

a	b	amplitude	x_i	f_i	$x_i f_i$	d_i	$f_{i,cor}$	$f_{i,CC}$
6000	7600	1600	6800	0,05	340	0,00003	0,03	0,05
7600	8400	800	8000	0,085	680	0,00011	0,09	0,135
8400	9200	800	8800	0,25	2200	0,00031	0,25	0,385
9200	10000	800	9600	0,2375	2280	0,00030	0,24	0,6225
10000	11600	1600	10800	0,31	3348	0,00019	0,16	0,9325
11600	14000	2400	12800	0,0675	864	0,00003	0,02	1
				1	9712			

4. On utilise les fréquences corrigées comme hauteur des rectangles.



5. La médiane est localisée grâce aux effectifs cumulés croissants, dans la classe $[9200 ; 10000[$



On effectue alors une interpolation linéaire ; on écrit l'alignement des points $A(9200; 0.385)$, $B(10000; 0.6225)$ et $M(M_e; 0.50)$:

$$\frac{0.6225 - 0.385}{10000 - 9200} = \frac{0.50 - 0.385}{M_e - 9200} \text{ soit } M_e - 9200 = \frac{0.115}{0.2375} * 800 \text{ soit } M_e = \frac{0.115 * 800}{0.2375} + 9200 = 9587.37\text{€}$$

III EXERCICE-3

Les services du ministère des poids et mesures sont abrités dans l'Hôtel Henri Colbert. On y trouve un grand nombre de bureaux. On connaît, sur la taille et l'occupation de ces bureaux les renseignements du tableau suivant.

Aires des bureaux (m ²)	Proportion des bureaux	Nombre de personnes par bureau
4 à moins de 6	0,31	1
6 à moins de 12	0,17	2
12 à moins de 18	0,12	3
18 à moins de 24	0,15	6
24 à moins de 40	0,25	8

1. Représenter par un histogramme la distribution des aires de bureaux.
2. Quelle est l'aire moyenne d'un bureau ? Quelle est l'aire médiane d'un bureau ? Interpréter ce résultat.
3. Quelle est la classe modale de la série des aires.
4. Représenter la distribution du nombre de personnes par bureau.
5. Calculer la moyenne et la médiane du nombre de personnes par bureau. Interpréter.