

I EXERCICE -1

	A	B	C	Total
Chine	1094	150	258	1502
France	822	302	415	1539
Inde	1242	160	133	1535
USA	784	293	480	1557
Total	3942	905	1286	6133

1. Les effectifs marginaux sont calculés dans le tableau.
2. On appelle X le caractère "pays" et Y la réponse. Pour calculer les fréquences conditionnelles, on s'intéresse uniquement à la sous population indienne de l'échantillon, dont l'effectif est de 1535. On aura, par exemple : $f_{y=A/x=Inde} = \frac{1242}{1535} = 0.8091$; 80.91%

Fréquences conditionnelles	A	B	C	Total
Inde	0.8091	0.1042	0.0866	1

des indiens ont répondu OUI, etc :

3. $f_{x=Chine/y=A} = \frac{1094}{3942} = 0.2775$; 27.75% des individus ayant répondu oui sont des chinois.
4. $f_{x=France/y=B} = \frac{302}{1539} = 0.1962$.
5. $f_{y=B} = \frac{905}{6133} = 0.1476$

II EXERCICE-2

x_i	n_{i+}	$(n_{i+}) * x_i$	$(n_{i+}) * x_i^2$
1	22	22	22
2	37	74	148
3	17	51	153
4	32	128	512
	108	275	835

1. Le tableau ci-dessus extrait la distribution marginale de x et permet de répondre aux questions 1 et 4.

$$\bar{x} = \frac{\sum n_{i+} * x_i}{n} = \frac{275}{108} = 2.55, \text{ soit en moyenne } 2.55 \text{ enfants.}$$

2. On s'intéresse aux individus ayant la deuxième modalité de x et la deuxième de y soit : $f_{22} = \frac{10}{835} \simeq 1.2 \times 10^{-2}$. 1.2% des individus de l'échantillon ont deux enfants et gagnent 3000 €.

3. D'après le tableau, $V(x) = \frac{\sum n_{i+} * x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{835}{108} - \left(\frac{275}{108}\right)^2 \simeq 1.2479$ soit $\sigma(x) = \sqrt{1.2479} \simeq 1.12$

III EXERCICE-3

1. Pour répondre aux premières questions, saisir les données dans la calculatrice, avec les valeurs de X dans L1 et celles de Y dans L2, ensuite, sélectionner la séquence : STAT CALC 2-Var Stats ENTER, l'écran affiche alors 2-Var Stats et on saisit à la suite 2ND 1, 2ND 2 (L1, L2), pour indiquer que les X sont dans L1 et les Y dans L2. On obtient les écrans suivants :

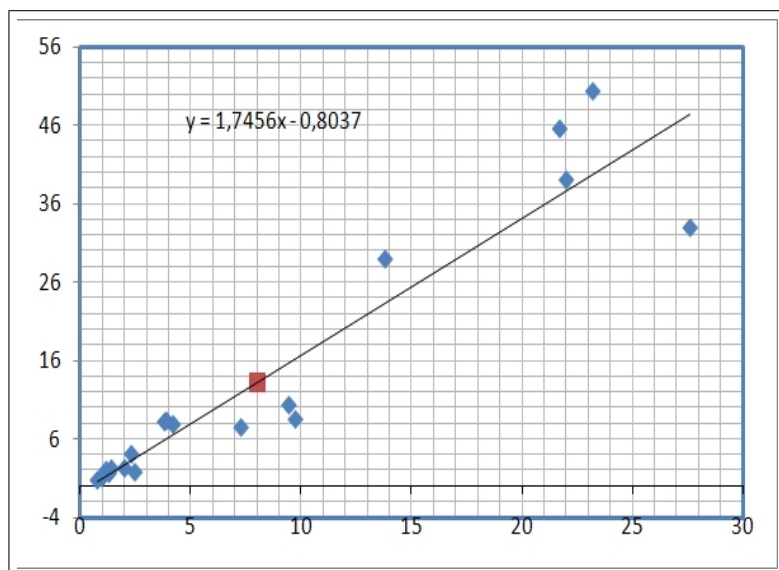
<table border="1"> <thead> <tr> <th>L1</th> <th>L2</th> <th>L3</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>.98</td> <td>1.98</td> <td>-----</td> <td></td> </tr> <tr> <td>1.18</td> <td>2.19</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1.42</td> <td>.7</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>.78</td> <td>1.56</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1.31</td> <td>0.28</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3.9</td> <td>.39</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>22</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	L1	L2	L3	2	.98	1.98	-----		1.18	2.19			1.42	.7			.78	1.56			1.31	0.28			3.9	.39			22				<pre> EDIT [MODE] TESTS 1:1-Var Stats 2:2-Var Stats 3:Med-Med 4:LinReg(ax+b) 5:QuadReg 6:CubicReg 7:QuartReg </pre>	<pre> 2-Var Stats L1:L2 2 x̄=8.0095 Σx=160.19 Σx²=2753.3117 Sx=8.796739513 σx=8.574001093 ↓n=20 </pre>	<pre> 2-Var Stats ↑g=13.1775 Σy=263.55 Σy²=8505.3169 Sy=16.2745956 σy=15.86251363 ↓Σxy=4677.3777 </pre>
L1	L2	L3	2																																
.98	1.98	-----																																	
1.18	2.19																																		
1.42	.7																																		
.78	1.56																																		
1.31	0.28																																		
3.9	.39																																		
22																																			

On en déduit : $\bar{x} = 8.0095$ et $\bar{y} = 13.1775$.

2. D'après la calculatrice, $\sigma_x \approx 8.574$ et donc $V(x) = \sigma_x^2 \approx 8.574^2 \approx 73.5135$ enfin $\sigma_y \approx 15.863$ et $V(y) \approx 251.619$
3. La droite de régression de Y en X , $D_{Y/X}$, est obtenue par la séquence suivante : STAT CALC 4 (Linreg(ax+b)) 2ND 1, 2ND 2 ENTER, ce qui donne :

<pre> EDIT TESTS 1:1-Var Stats 2:2-Var Stats 3:Med-Med 4:LinReg(ax+b) 5:QuadReg 6:CubicReg 7:QuartReg </pre>	<pre> LinReg(ax+b) L1, L2 </pre>	<pre> LinReg y=ax+b a=1.745580171 b=-.8037243811 r^2=.8902308747 r=.9435204686 </pre>
---	----------------------------------	---

$$\hat{y} = 1.7456x - 0.8037$$



4. Le coefficient de corrélation linéaire est : $r \approx 0,9435$. r est proche de 1 donc un ajustement affine est justifié.

5. Le cours du dollar en pesos impliqué par la PPA est : $x = \frac{21.9}{2.54}$, soit : $x \approx 8.62$

donc une estimation du taux de change du dollar en pesos est : $\hat{Y} = 1.7456 \times 8.62 - 0.8043$ soit : $\hat{y} = 14.24$.

6. Analyse de la variance

a. $\hat{Y} = 1.7456x - 0.8043$ donc : $V(\hat{Y}) = V(1.7456x - 0.8043) = 1.7456^2 V(x) = 1.7456^2 \times 73.513$

Soit : $V(\hat{y}) = 224.003$

- b. L'équation de l'analyse de la variance est : **SCT = SCE + SCR**

ou : Variance totale = Variance expliquée + Variance résiduelle

La variance résiduelle de y est : $V(e) = V(y) - V(\hat{y}) = 251.619 - 224.003 = 27.616$

- c. Le coefficient de détermination R^2 est : $R^2 = \frac{\text{Variance expliquée}}{\text{Variance totale}} = \frac{V(\hat{y})}{V(y)} = \frac{224.003}{251.619}$ soit $R^2 \approx 0.8902$ ou 89.02%

R^2 donne le pourcentage de variation expliquée par le modèle. Ici, on explique 89.02% de la variation par le modèle.

7. La droite de régression de X en Y , $D_{X/Y}$, admet pour équation :

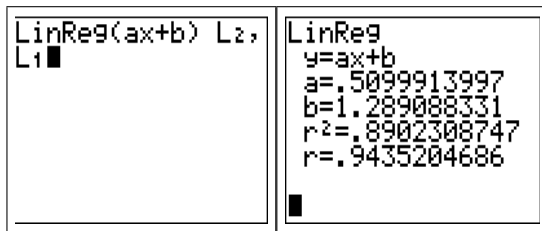
$$\hat{x} = \hat{a}'y + \hat{b}' \text{ avec } \hat{a}' = \frac{\text{Cov}(x; y)}{V(y)} \text{ et } \hat{b}' = \bar{x} - \hat{a}'\bar{y}. \text{ On sait que } \hat{a} \text{ et } \hat{a}' \text{ sont liés par la relation : } \hat{a}\hat{a}' = R^2 \text{ d'où : } \hat{a}' = \frac{R^2}{\hat{a}} = \frac{0.8902}{1.7456} = 0.510 \text{ et } \hat{b}' = 8.0095 - 0.510 * 13.1775 = 1.2890$$

$$\text{d'où : } \hat{x} = 0,510y + 1.289$$

$$\text{soit } y = \frac{1}{0.51}x - \frac{1.289}{0.51} \text{ soit : } Y = 1.9608X - 2.5275.$$

Remarque : on obtient directement cette équation avec la calculatrice en permuttant L1 et L2 :

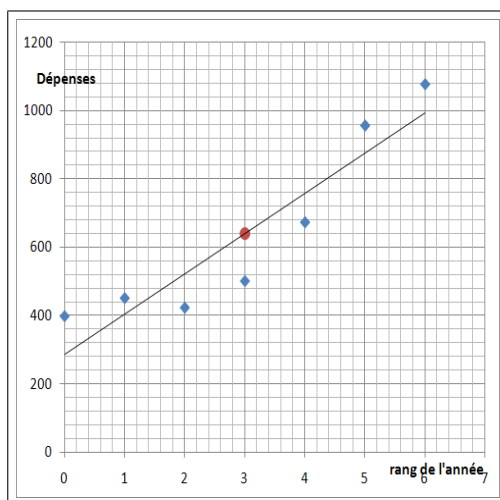
STAT CALC 4 (Linereg(ax+b)) 2ND 2, 2ND 1 ENTER



IV EXERCICE-3

1. Le nuage

a. $\bar{x} = 3$ et $\bar{y} \simeq 639.86$ millions d'euros.



2. Deuxième ajustement : ajustement exponentiel

a. Le tableau :

x_i	0	1	2	3	4	5	6
z_i	5,986	6,111	6,047	6,217	6,512	6,863	6,982

b. $\hat{z} = 0,177x + 5,858$ à 10^{-3} près.

c. $z = \ln y$, on a $y = e^z = e^{0,177x+5,858} = e^{0,177x} e^{5,858} \simeq 350.0234 e^{0,177x}$

d. L'année 2009 correspond à $x = 10$ donc :

$$z = 0,177 \times 10 + 5,858 = 7,628 \times \text{ et comme } z = \ln y, \text{ on a } y = e^z = e^{7,628} = \mathbf{2055} \text{ millions d'euros.}$$