I EXERCICE-1$(8pts)$

1. La moyenne est donnée par : $\overline{x} = \sum f_i x_i$; la calculatrice donne : $\overline{x} = 43.94$
2. Cette série représentant les données relatives à un caractère quantitatif continu ; les classes étant d'amplitudes inégales, on utilise la densité, $d_i = \dfrac{n_i}{A_i}$, la classe modale étant celle de plus grande densité ; les effectifs corrigés $n_{icor} = 5d_i$, 5 étant l'amplitude minimale de classe.

a_i	b_i	f_i	x_i	Ai	di	ficor	ficc
0	20	23.03	10	20	1.15	5.757	23.026
20	60	47.53	40	40	1.19	5.941	70.557
60	65	5.99	62.5	5	1.20	5.990	76.547
65	75	11.11	70	10	1.11	5.555	87.657
75	105	12.34	90	30	0.41	2.057	100.000
		100.000					

La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe $[60;65[$ et le mode est calculé en considérant les classes encadrant la classe modale, ce qui donne avec les notations du cours : $\begin{cases} x_1 = 60 \\ x_2 = 65 \end{cases}$, $\begin{cases} h = 5.99 \\ h_1 = 5.941 \text{ et } h_2 = 5.555 \end{cases}$

$\begin{cases} k_1 = h - h_1 = 5.99 - 5.941 = 0.049 \\ k_2 = h - h_2 = 5.99 - 5.555 = 0.435 \end{cases}$: et pour conclure : $M_o = \dfrac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \dfrac{0.435 * 60 + 0.049 * 65}{0.435 + 0.049} = 60.51$ ans

3. $V(x) = \sum f_i x_i^2 - \overline{x}^2 = \sigma^2(x) = 25.11^2 = 630.51$ et $\sigma(x) = 25.11$
4. On donne l'écart inter-quartile $EIQ = 42.05 = Q_3 - Q_1$ donc $Q_3 = 42.05 + 21.66. = 63.71$.
5. Calcul de Q_2 : Q_2 correspond à une fréquence cumulée croissante de 50% et on localise Q_2 dans la classe $[20;60[$ où la féquence cumulée croissante dépasse 50%, puis on effectue une interpolation linéaire :
$\frac{70.557-23.026}{60-20} = \frac{50-23.026}{Q_2-20}$ soit $Q_2 - 20 = 40 * \frac{50-23.026}{70.557-23.026}$soit $Q_2 = 20 + 40 * \frac{50-23.026}{70.557-23.026} = 42.7$ Il y aura donc en 2015,selon les
projections de l'Insee, 50% de la population qui aura un âge inférieur ou égal à 42.70 ans.
6. $C_Y = \dfrac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \dfrac{21.66 + 63.71 - 2 * 42.70}{42.05} = -7.134\,4 \times 10^{-4}$; ce coefficient est négatif, ce qui traduit un étalement à gauche, mais en fait il est quasiment nul, ce qui est le signe d'une distribution proche de la symétrie.

II EXERCICE-2$(12pts)$

1. On trouve : $\overline{X} = 0.2306$ et $\overline{Y} = 0.2282$
2.

	X	Y
Ecart-type	0.0337	0.0299
Variance	0.0011	0.0009

3. La covariance peut se calculer avec la formule : on obtient avec la calculatrice : $\sum x_i y_i \simeq 0.6931$ et en remplaçant : $Cov(x;y) = \frac{1}{n}\sum x_i y_i - \overline{x} * \overline{y} = \frac{0.6931}{13} - 0.2306 * 0.2282 = 6.9246 \times 10^{-4}$
4. On trouve : $\widehat{y} = \widehat{a}x + \widehat{b} = 0.5979x + 0.0904$ avec $\boxed{\begin{array}{c} \widehat{a} = \dfrac{Cov(x;y)}{V(x)} \\ \widehat{b} = \overline{y} - \widehat{a}\overline{x} \end{array}}$
5. $r = \frac{Cov(x;y)}{\sigma(x)\sigma(y)} = \frac{6.9246\times10^{-4}}{0.0337*0.0299} = 0.6872$ Ce coefficient est toujours compris entre -1et 1; il est assez proche de 1ce qui valide l'existence d'une correlation linéaire entre les variables.
6. $\widehat{y}(0.1808) = 0.5979 * 0.1808 + 0.0904 = 0.1985$
7. $R^2 = 0.6872^2 = 0.4722$; $R^2 = \frac{\mathbf{SCE}}{\mathbf{SCT}}$ ce coefficient donne la part de la variation totale expliquée par le modèle, ici $47.22\ \%$
8. L'équation de l'analyse de la variance est : $\mathbf{SCT} = \mathbf{SCE} + \mathbf{SCR}$
   $\mathbf{SCT} = \mathbf{n}V(y) = 13*0.0009 = 0.0117$, $\mathbf{SCE}$ $=R^2*\mathbf{SCT}$ $=0.4722*0.0117 = 5.5247\times10^{-3}$et donc $\mathbf{SCR} = \mathbf{SCT} - \mathbf{SCE}$ $=0.0117 - 5.5247\times10^{-3} = 6.1753\times10^{-3}$.