I EXERCICE-1$(8pts)$

1. La moyenne est donnée par : $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum n_i x_i$; la calculatrice donne : $\overline{x} = 46.03$

2. Cette série représentant les données relatives à un caractère quantitatif continu ; les classes étant d'amplitudes inégales, on utilise la densité, $d_i = \frac{n_i}{A_i}$, la classe modale étant celle de plus grande densité ; les effectifs corrigés $n_{icor} = 5d_i$, 5 étant l'amplitude minimale de classe.

a_i	b_i	n_i	x_i	Ai	di	nicor	nicc
0	20	16.126	10	20	0.81	4.031	16.126
20	60	33.139	40	40	0.83	4.142	49.265
60	65	4.083	62.5	5	0.82	4.083	53.348
65	75	7.373	70	10	0.74	3.687	60.721
75	110	11.554	92.5	35	0.33	1.651	72.275
		72.275					

La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe $[20;60[$ et le mode est calculé en considérant les classes encadrant classe modale, ce qui donne avec les notations du cours : $\left\{\begin{array}{l} x_1 = 20 \\ x_2 = 60 \end{array}\right.$, $\left\{\begin{array}{l} h = 4.142 \\ h_1 = 4.031 \text{ et } h_2 = 4.083 \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} k_1 = h - h_1 = 4.142 - 4.031 = 0.111 \\ k_2 = h - h_2 = 4.142 - 4.083 = 0.059 \end{array}\right.$: : et pour conclure : $M_o = \frac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \frac{0.059 * 20 + 0.111 * 60}{0.059 + 0.111} = 46.118$

3. $V(x) = \frac{1}{n}\sum n_i x_i^2 - \overline{x}^2 = \sigma^2(x) = 26.93^2 = 725.22$ et $\sigma(x) = 26.93$

4. Calcul de Q_3 : Q_3 correspond à un effectif cumulé croissant de $0.75 * 72.275 = 54.206$ et on localise Q_3 dans la classe $[65;75[$ à l'aide des effectifs cumulés croissants, puis on effectue une interpolation linéaire :
$\frac{60.721-53.348}{75-65} = \frac{54.206-53.348}{Q_3-65}$ soit $Q_3 - 65 = 10 * \frac{54.206-53.348}{60.721-53.348}$soit $Q_3 = 65 + 10 * \frac{54.206-53.348}{60.721-53.348} = 66.164$ Il y aura donc en 2015,selon les
projections de l'Insee, 75% de la population qui aura un âge inférieur ou égal à 66.16 ans.

5. $Q_1 \simeq 22.35$ ansans et $Q_2 \simeq 44;15$ ans
$C_Y = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{22.35 + 66.16 - 2 * 44.15}{66.16 - 22.35} = 4.7934 \times 10^{-3}$; ce coefficient est positif, ce qui traduit un étalement à droite, mais en fait il est quasiment nul, ce qui est le signe d'une distribution proche de la symétrie.

II EXERCICE-2$(12pts)$

1. On trouve : $\overline{X} = 285.46$ et $\overline{Y} = 183.42$
2.

	X	Y
Ecart-type	167.244	220.459
Variance	27970.4	48602.3

3. La covariance peut se calculer avec la formule : on obtient avec la calculatrice : $\sum x_i y_i = 1088684.2$, soit en remplaçant : $Cov\,(x;y) = \dfrac{1}{n}\sum x_i y_i - \overline{x} * \overline{y} = \dfrac{1088684.2}{13} - 285.46 * 183.42 = 31386.$
4. On trouve : $\widehat{y} = \widehat{a}x + \widehat{b} = 1.1221x - 136.884$ avec $\boxed{\begin{array}{c} \widehat{a} = \dfrac{Cov\,(x;y)}{V(x)} \\ \widehat{b} = \overline{y} - \widehat{a}\overline{x} \end{array}}$
5. $r = \dfrac{Cov\,(x;y)}{\sigma\,(x)\,\sigma\,(y)} = \frac{31386}{167.24*220.46} = 0.8513$ Ce coefficient est toujours compris entre -1et 1; il est assez proche de 1ce qui valide l'existence d'une correlation linéaire entre les variables.
6. $\widehat{y}\,(750) = 1.1221 * 750 - 136.884 = 704.69$
7. $R^2 = 0.8513^2 = 0.724\,7$; $R^2 = \frac{\mathbf{SCE}}{\mathbf{SCT}}$ ce coefficient donne la part de la variation totale expliquée par le modèle, ici $72.47\ \%$
8. L'équation de l'analyse de la variance est : $\mathbf{SCT} = \mathbf{SCE} + \mathbf{SCR}$
   $\mathbf{SCT} = \mathbf{n}V(y) = 13 * 48602.3 = 6.318\,3 \times 10^5$, $\mathbf{SCE} = R^2 * \mathbf{SCT} = 0.724\,7 * 6.318\,3 \times 10^5 = 4.578\,9 \times 10^5$ et donc $\mathbf{SCR} = \mathbf{SCT} - \mathbf{SCE} = 6.318\,3 \times 10^5 - 4.578\,9 \times 10^5 = 1.739\,4 \times 10^5$