

CORRIGE SUJET B STATISTIQUE

L1Eco.

Janvier 2012

1 EXERCICE-1

Salaires (en K)	ni	fi	ficc	xi	Ai	di	ni xi	qi	qicc	Si
[0;10[15	0.1364	0.1364	5	10	1.5	75	0.0465	0.0465	0.0032
[10;15[50	0.4545	0.5909	12.5	5	10	625	0.3876	0.4341	0.1092
[15;20[30	0.2727	0.8636	17.5	5	6	525	0.3256	0.7597	0.1628
[20;25[10	0.0909	0.9545	22.5	5	2	225	0.1395	0.8992	0.0754
[25;30[3	0.0273	0.9818	27.5	5	0.6	82.5	0.0512	0.9504	0.0252
[30;50[2	0.0182	1.0000	40	20	0.1	80	0.0496	1.0000	0.0177
	110						1612.5	1.0000		0.3936
Moyenne	14.66									
Indice de	0.2129									

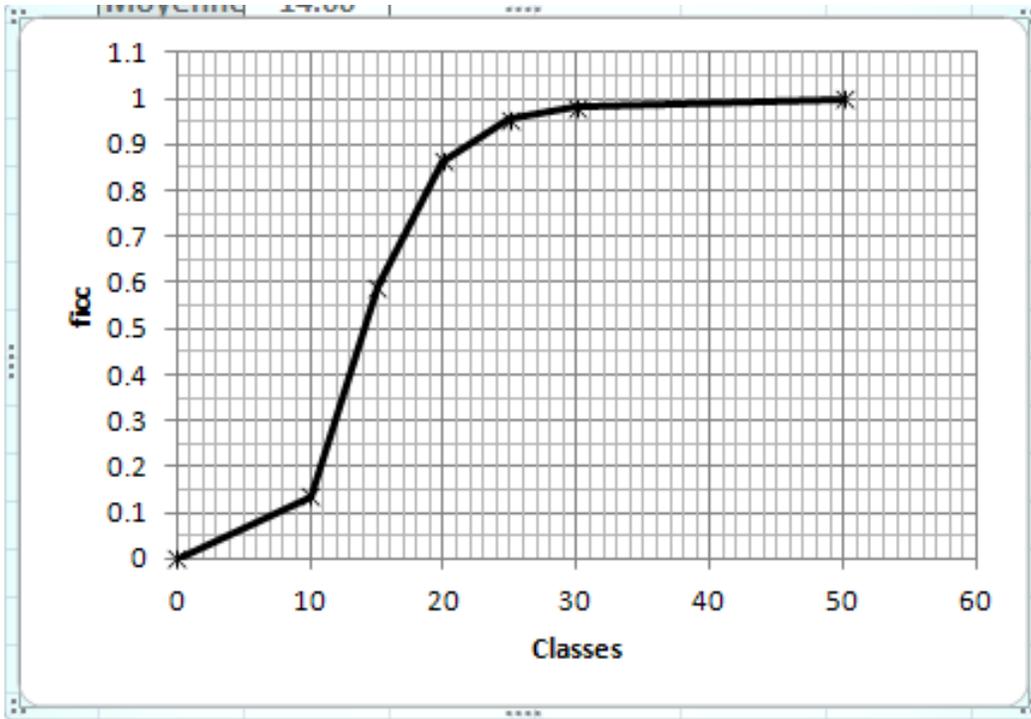
- La moyenne est donnée par : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i$, $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \sigma^2(x)$; les résultats sont dans le tableau.
- Calcul de Q_2 : Q_2 correspond à une fréquence cumulée croissante de 50% et on localise Q_2 dans la classe [10; 15[où la fréquence cumulée croissante dépasse 50%, puis on effectue une interpolation linéaire :

$$\frac{0.5909 - 0.1364}{15 - 10} = \frac{0.50 - 0.1364}{Q_2 - 10}$$
soit $Q_2 - 10 = 5 * \frac{0.50 - 0.1364}{0.5909 - 0.1364}$ soit $Q_2 = 10 + 5 * \frac{0.50 - 0.1364}{0.5909 - 0.1364} = 14$ Il y a donc 50% de la population qui ont un salaire inférieur ou égal à 14 K€
- Pour déterminer le mode on peut utiliser indifféremment la densité ou les effectifs corrigés (ils sont proportionnels) ; on a utilisé ici les densités.

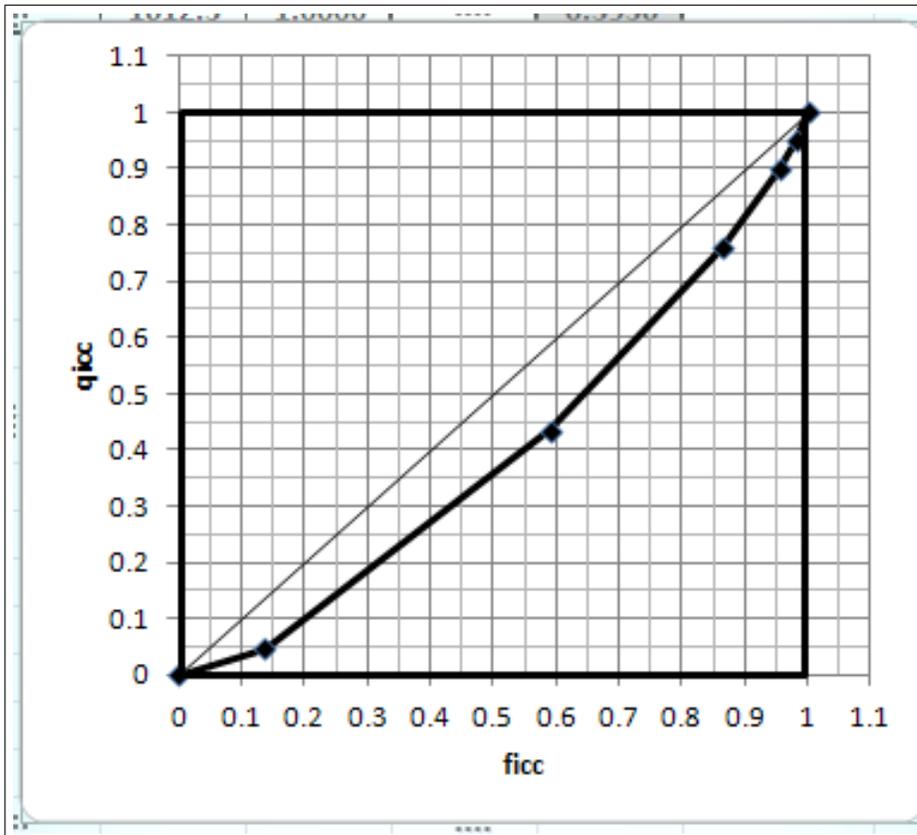
La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe [10; 15[et le mode est calculé en considérant les classes encadrant classe modale, ce qui donne avec les notations du cours : $\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = 15 \end{array} \right\}$, $\left\{ \begin{array}{l} h = 10 \\ h_1 = 1.5 \text{ et } h_2 = 6 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = h - h_1 = 7.5 \\ k_2 = h - h_2 = 4 \end{array} \right.$. et pour conclure : $M_o = \frac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \frac{4 * 10 + 7.5 * 15}{11.5} = 13.26$ On trouve :
 $M_o \leq M_e \leq \bar{x}$, ce qui indique une série asymétrique étalée à droite.

Moyenne	14.66
Variance	38.80
Ecart-type	6.23



4.



5.

On calcule l'aire de

concentration : $A_C = 0.5 - \sum S_i = 0.5 - 0.3936 = 0.1064$. On obtient alors l'indice de Gini : 2*Aire de concentration soit $I_G = 2 * 0.1064 = 0.2128$

Le coefficient de Gini est plus proche de 0 que de 1, la concentration est faible.

2 EXERCICE-2

Moyenne	302.58	192.08
E.T.	163.47	227.33
V	26721.24	51677.50

- On trouve :
- La covariance peut se calculer avec la formule : on obtient avec la calculatrice : $\sum x_i y_i = 1082453.8$, soit en remplaçant : $Cov(x; y) = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} * \bar{y} = \frac{1082453.8}{12} - 302.58 * 192.08 = 32084.92$
- $r = \frac{Cov(x; y)}{\sigma(x) \sigma(y)} = \frac{32084.92}{163.47 * 227.33} = 0.8634$ Ce coefficient est toujours compris entre -1 et 1 ; il est assez proche de 1 ce qui valide l'existence d'une corrélation linéaire entre les variables.
- On trouve : $\hat{y} = \hat{a}x + \hat{b} = 1.2007x - 171.2180$ avec

$\hat{a} = \frac{Cov(x; y)}{V(x)}$
$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\bar{x}$
- \hat{a} représente la variation de Y consécutive à une augmentation de X de une unité : si le nombre de salle augmente de 1, on peut estimer la variation du nombre de spectateurs à une augmentation de 1200.7. Ici, \hat{b} n'a pas de sens, il donnerait le nombre de spectateurs pour un film projeté dans aucune salle...
- $\hat{y}(750) = 1.2007 * 750 - 171.2180 = 729.31$
- $R^2 = 0.8634^2 = 0.7455$; $R^2 = \frac{SCE}{SCT}$ ce coefficient donne la part de la variation totale expliquée par le modèle, ici 74.55 %
- L'équation de l'analyse de la variance est : **SCT = SCE + SCR**
SCT = nV(y) = 12 * 51677.5 = 620130, **SCE = R² * SCT = 0.7455 * 620130 = 462306.92** et donc
SCR = SCT - SCE = 620130 - 462306.92 = 157823.08
- $e_7 = y_7 - \hat{y}_7 = 340.5 - (1.2007 * 494 - 171.218) = -81.43$; ce résidu est négatif ; il mesure la différence entre la valeur observée y_7 et la valeur estimée par le modèle \hat{y}_7 ; ce résidu est négatif car le point M_7 du nuage est situé sous la droite de régression.