I EXERCICE-1$(8pts)$

1. La moyenne est donnée par : $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum n_i x_i$; la calculatrice donne : $\overline{x} = 41.12$

2. Cette série représentant les données relatives à un caractère quantitatif continu ; les classes étant d'amplitudes inégales, on utilise la densité, $d_i = \frac{n_i}{A_i}$, la classe modale étant celle de plus grande densité ; les effectifs corrigés $n_{icor} = 5d_i$, 5 étant l'amplitude minimale de classe.

a_i	b_i	n_i	x_i	Ai	di	nicor	nicc
0	20	15.596	10	20	0.78	3.899	15.596
20	60	32.910	40	40	0.82	4.114	48.506
60	65	3.982	62.5	5	0.80	3.982	52.489
65	75	6.022	70	10	0.60	3.011	58.511
75	95	6.003	85	20	0.30	1.501	64.514
		64.514					

La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe $[20; 60[$ et le mode est calculé en considérant les classes encadrant classe modale, ce qui donne avec les notations du cours : $\left\{\begin{array}{l} x_1 = 20 \\ x_2 = 60 \end{array}\right.$, $\left\{\begin{array}{l} h = 4.114 \\ h_1 = 3.899 \text{ et } h_2 = 3.982 \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} k_1 = h - h_1 = 4.114 - 3.899 = 0.215 \\ k_2 = h - h_2 = 4.114 - 3.982 = 0.132 \end{array}\right.$. et pour conclure : $M_o = \frac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \frac{0.132 * 20 + 0.215 * 60}{0.132 + 0.215} = 44.78.$

3. $V(x) = \frac{1}{n}\sum n_i x_i^2 - \overline{x}^2 = \sigma^2(x) = 22.80^2 = 519.84$ et $\sigma(x) = 22.80$

4. Calcul de Q_2 : on calcule l'effectif moitié $\frac{n}{2} = \frac{64.514}{2} = 32.257$ et on localise Q_2 dans la classe $[20; 60[$ où l'effectif cumulé croissant dépasse
32.257 puis on effectue une interpolation linéaire :
$\frac{48.506-15.596}{60-20} = \frac{32.257-15.596}{Q_2-20}$ soit $Q_2 - 20 = 40 * \frac{32.257-15.596}{48.506-15.596}$ soit $Q_2 = 20 + 40 * \frac{32.257-15.596}{48.506-15.596}. = 40.25$. Il y aura donc en 2015,selon les
projections de l'Insee, 50% de la population qui aura un âge inférieur ou égal à 40.25 ans.
On donne $Q_1 \simeq 20.65$ ans et $Q_3 \simeq 59.85$ ans. Calculer le coefficient deYule et commenter le résultat. On a :
$C_Y = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{20.65 + 59.85 - 2 * 40.25}{59.85 - 20.65} = -4 \times 10^{-29}$; ce coefficient est négatif, ce qui traduit un étalement à gauche, mais en fait il est quasiment nul, ce qui est le signe d'une distribution proche de la symétrie.

II EXERCICE-2$(12pts)$

1. On trouve : $\overline{X} = 283.92$ et $\overline{Y} = .183.42$

2.

	X	Y
Ecart-type	164.42	220.46
Variance	27033.9	48602.6

3. La covariance peut se calculer avec la formule : on obtient avec la calculatrice : $\sum x_i y_i = 1.0737 * 10^6$, puis en remplaçant : $Cov\,(x;y) = \dfrac{1}{n}\sum x_i y_i - \overline{x} * \overline{y} = \dfrac{1.0737 * 10^6}{13} - 283.92 * 183.42 = 30516.$

4. On trouve : $\widehat{y} = \widehat{a}x + \widehat{b} = 1.1290x - 137.1367$, avec $\boxed{\begin{array}{c} \widehat{a} = \dfrac{Cov\,(x;y)}{V(x)} \\ \widehat{b} = \overline{y} - \widehat{a}\overline{x} \end{array}}$

5. $r = \dfrac{Cov\,(x;y)}{\sigma\,(x)\,\sigma\,(y)} = \frac{30516}{164.42 * 220.46} = 0.841\,9$ Ce coefficient est toujours compris entre -1et 1; il est assez proche de 1ce qui valide l'existence d'une correlation linéaire entre les variables.

6. $\widehat{y}\,(800) = 1.1290 * 800 - 137.1367 = 766.06$

7. $R^2 = 0.8419^2 = 0.708\,80 \simeq$; $R^2 = \frac{\mathbf{SCE}}{\mathbf{SCT}}$ ce coefficient donne la part de la variation totale expliquée par le modèle, ici $70.88\ \%$

8. L'équation de l'analyse de la variance est : $\mathbf{SCT} = \mathbf{SCE} + \mathbf{SCR}$
   $\mathbf{SCT} = \mathbf{n}V(y) = 13 * 48602.6 = 6.3183 \times 10^5$, $\mathbf{SCE} = R^2 * \mathbf{SCT} = 0.708\,8 * 6.3183 \times 10^5 = 4.478\,4 \times 10^5$ et donc $\mathbf{SCR} = \mathbf{SCT} - \mathbf{SCE} = 6.3183 \times 10^5 - 4.478\,4 \times 10^5 = 1.839\,9 \times 10^5$