-CORRIGE PARTIEL BLANC DE STATISTIQUE

L1-ECO

Décembre 2013

1 EXERCICE-1

Salaires (en	ni	fi	ficc	xi	Ai	di	ni xi	q_i	qicc	Si
[0;10[	**10**	**0,1**	**0,10**	**5**	**10**	**1**	**50**	**0,0333**	**0,0333**	**0,0017**
[10;15[	**50**	**0,5**	**0,60**	**12,5**	**5**	**10**	**625**	**0,4167**	**0,4500**	**0,1208**
[15;20[	**25**	**0,25**	**0,85**	**17,5**	**5**	**5**	**437,5**	**0,2917**	**0,7417**	**0,1490**
[20;25[	**10**	**0,1**	**0,95**	**22,5**	**5**	**2**	**225**	**0,1500**	**0,8917**	**0,0817**
[25;30[	**3**	**0,03**	**0,98**	**27,5**	**5**	**0,6**	**82,5**	**0,0550**	**0,9467**	**0,0276**
[30;50[	**2**	**0,02**	**1,00**	**40**	**20**	**0,1**	**80**	**0,0533**	**1,0000**	**0,0195**
	100						**1500**	**1,0000**		**0,4002**

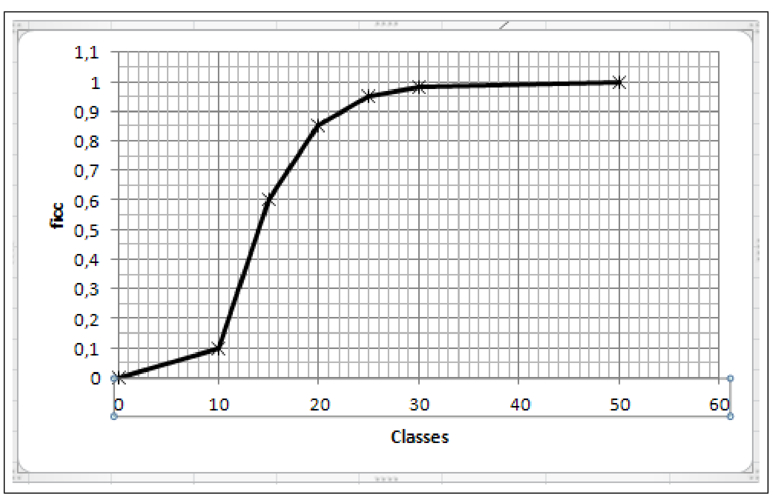
1. La moyenne est donnée par : $\overline{x} = \dfrac{1}{n}\sum n_i x_i$, $V(x) = \dfrac{1}{n}\sum n_i x_i^2 - \overline{x}^2 = \sigma^2(x)$; les résultats sont dans le tableau.

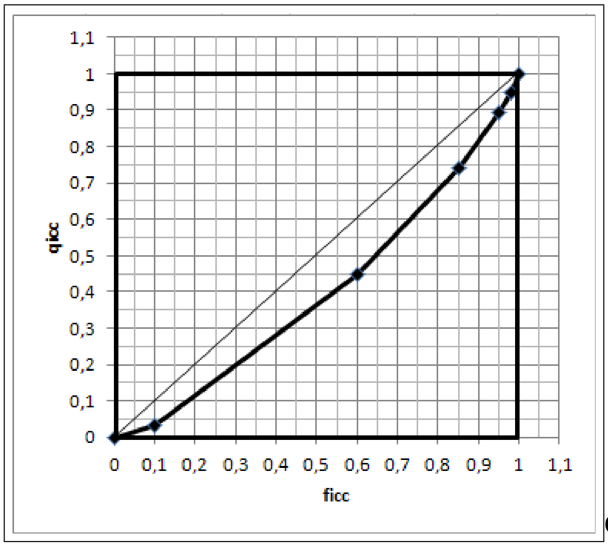
2. Calcul de Q_2 : Q_2 correspond à une fréquence cumulée croissante de 50% et on localise Q_2 dans la classe $[10;15[$ où la féquence cumulée croissante dépasse 50%, puis on effectue une interpolation linéaire :
$\frac{0.60-0.10}{15-10} = \frac{0.50-0.10}{Q_2-10}$ soit $Q_2 - 10 = \frac{0.40*5}{0.50}$soit $Q_2 = 10 + \frac{0.40*5}{0.50} = 14$. Il y a donc 50% de la population qui ont un salaire inférieur ou égal à 14 K€

3. Pour déterminer le mode on peut utiliser indifféremment la densité ou les effectifs corrigés (ils sont proportionnels) ; on a utilisé ici les densités.

   La classe modale est celle de plus grande densité, c'est-à dire la classe $[10;15[$ et le mode est calculé en considérant les classes encadrant classe modale, ce qui donne avec les notations du cours : $\begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 15 \end{cases}$, $\begin{cases} h = 10 \\ h_1 = 1 \text{ et } h_2 = 5 \end{cases}$

   $\begin{cases} k_1 = h - h_1 = 9 \\ k_2 = h - h_2 = 5 \end{cases}$. et pour conclure : $M_o = \dfrac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \dfrac{5*10 + 9*15}{14} = 13.21$.On trouve : $M_o \leq M_e \leq \overline{x}$,ce qui indique une série asymétrique étalée à droite.

4. 

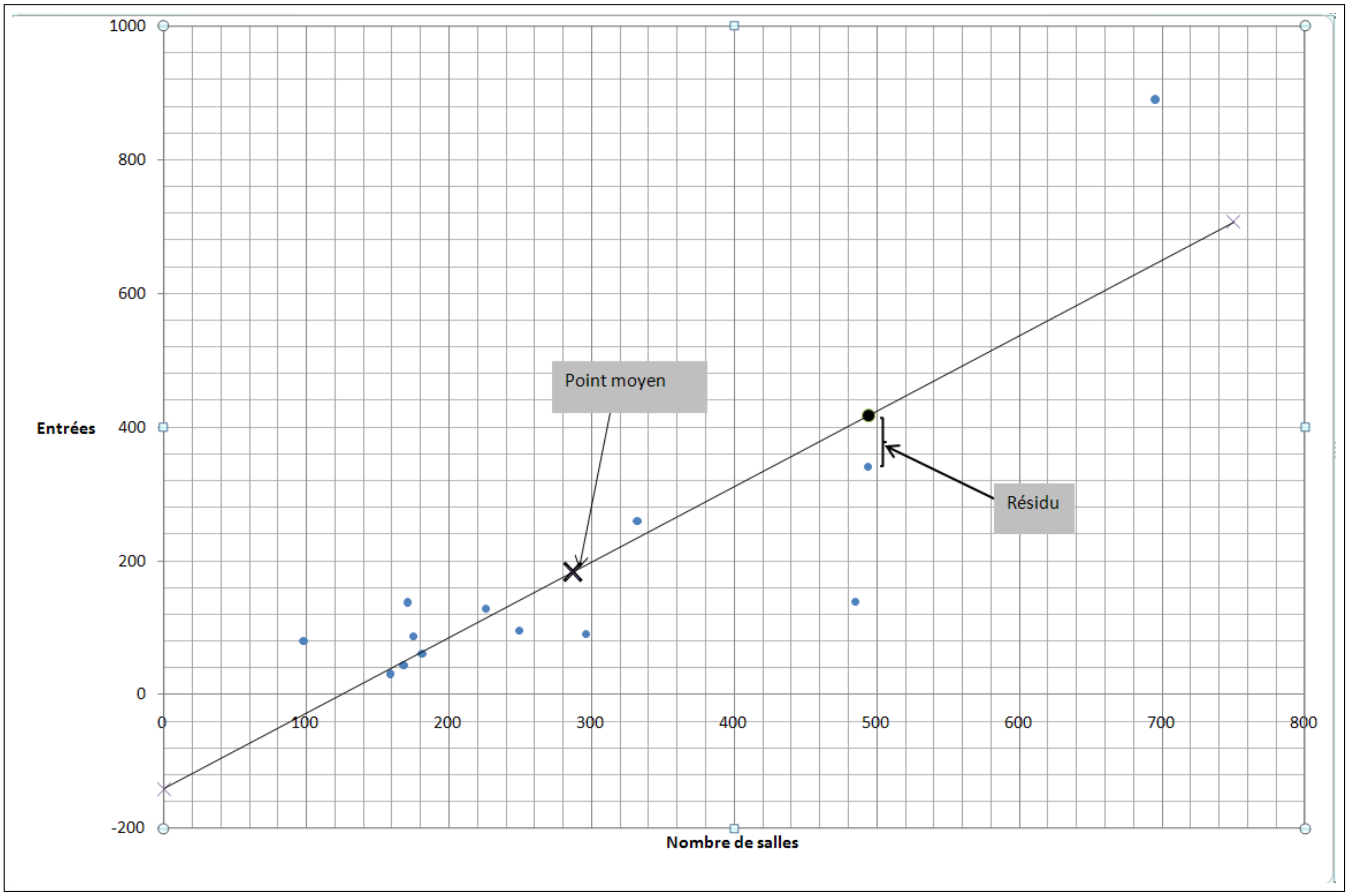
5. 

On calcule l'aire de concentration : $A_C = 0.5 - \sum S_i = 0.5 - 0.4002 = 0.099\,8$. On obtient alors l'indice de Gini : 2$*$Aire de concentration soit $I_G = 2 * 0.099\,8 = 0.199\,6$

Le coefficient de Gini est plus proche de 0 que de 1, la concentration est faible.

2 EXERCICE-2

1. On trouve : $\overline{X} = 286.85$ et $\overline{Y} = 183.42$
   $\sigma(X) \simeq 166.25$ et $\sigma(Y) \simeq 220.46$,donc $V(X) \simeq 166.25^2 = 27639.\,06$ et $V(Y) \simeq 220.46^2 = 48602.\,61$
2. La covariance peut se calculer avec la formule : on obtient avec la calculatrice : $\sum x_i y_i = 1090244.8$, soit en remplaçant : $Cov\,(x;y) = \dfrac{1}{n}\sum x_i y_i - \overline{x} * \overline{y} = \dfrac{1090244.8}{13} - 286.85 * 183.42 = 31250.\,96$
3. $r = \dfrac{Cov\,(x;y)}{\sigma(x)\,\sigma(y)} = \dfrac{31250.\,96}{166.25 * 220.46} = 0.852\,7$ Ce coefficient est toujours compris entre -1et 1; il est assez proche de 1ce qui valide l'existence d'une correlation linéaire entre les variables.
4. On trouve : $\widehat{y} = \widehat{a}x + \widehat{b} = 1.1307x - 140.9229$ avec $\boxed{\begin{array}{c} \widehat{a} = \dfrac{Cov\,(x;y)}{V(x)} \\ \widehat{b} = \overline{y} - \widehat{a}\overline{x} \end{array}}$
5. $\widehat{a}$ représente la variation de Y consécutive à une augmentation de X de une unité : si le nombre de salle augmente de 1, on peut estimer la variation du nombre de spectateurs à une augmentation de 1131. Ici, $\widehat{b}$ n'a pas de sens, il donnerait le nombre de spectateurs pour un film projeté dans aucune salle...
6. $\widehat{y}\,(750) = 1.1307 * 750 - 140.9229 = 707.\,1$
7. On trouve avec la calculatrice : $\widehat{x} = \widehat{a}'y + \widehat{b}' = 0.643y + 168.91$,avec $\boxed{\begin{array}{c} \widehat{a}' = \dfrac{Cov\,(x;y)}{V(y)} \\ \widehat{b}' = \overline{x} - \widehat{a}'\overline{y} \end{array}}$
8. $R^2 = 0.8527^2 = 0.727\,1$; $R^2 = \frac{\mathbf{SCE}}{\mathbf{SCT}}$ ce coefficient donne la part de la variation totale expliquée par le modèle, ici $72.71\ \%$
9. L'équation de l'analyse de la variance est : $\mathbf{SCT} = \mathbf{SCE} + \mathbf{SCR}$ 27637,66864 48602,31101
   $\mathbf{SCT} = \mathbf{n}V(y) = 13 * 48602.\,61 = 631833.\,93$, $\mathbf{SCE}$ $=R^2 * \mathbf{SCT}$ $=0.727\,1 * 631833.\,93 = 459406.\,45$ et donc $\mathbf{SCR} = \mathbf{SCT} - \mathbf{SCE}$ $=631833.\,93 - 459406.\,45 = 172427.\,48$



1000
800
600
400
200
0
-200
Entrées
0
100
200
300
400
500
600
700
800
Nombre de salles
Point moyen
Résidu