

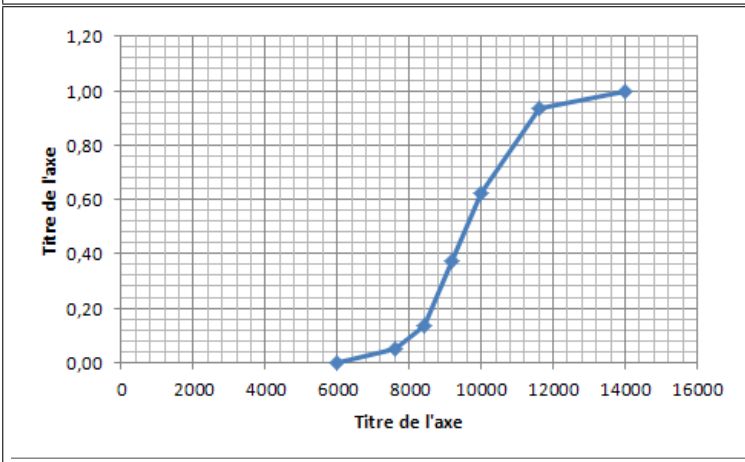
CORRIGE PARTIEL DE STATISTIQUE

L1-ECO

Sujet de juin 2012

1 EXERCICE-1

classes	$f_i(\text{en } \%)$	f_i	f_{icc}	a_i	b_i	x_i	A_i	d_i	fixi	fixi ²
[6000;7600[5,00	0,0500	0,0500	6000	7600	6800	1600	0,0031	340	2312000
[7600;8400[8,50	0,0850	0,1350	7600	8400	8000	800	0,0106	680	5440000
[8400;9200[23,75	0,2375	0,3725	8400	9200	8800	800	0,0297	2 090	18392000
[9200;10000[25,00	0,2500	0,6225	9200	10000	9600	800	0,0313	2 400	23040000
[10000;11600[31,00	0,3100	0,9325	10000	11600	10800	1600	0,0194	3 348	36158400
[11600, 14000[6,75	0,0675	1,0000	11600	14000	12800	2400	0,0028	864	11059200
									9 722	96 401 600



1.

La moyenne est donnée par : $\bar{x} = \sum f_i x_i = 9722$, $V(x) = \sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2 = 96401600 - 9722^2 = .$ et $\sigma(x) = \sqrt{1884316} = 1372.70$

2. On calcule ici les densités de fréquence : $d_i = \frac{f_i}{A_i}$; la classe modale est celle de plus grande densité soit [9200; 10000[.

3. $\bar{x} - \sigma(x) = 9722 - 1372.7 = 8349.3$ et $\bar{x} + \sigma(x) = 9722 + 1372.7 = 11094.7$; on va utiliser la densité de chaque classe et estimer les fréquences, pour les intervalles qui ne constituent pas une classe entière par : fréquence estimée $\hat{f}_i = A_i * d_i..$

classes	A_i	d_i	Fréquence estimée
[8349,3;8400[50,70	0,0106	0,54
[8400;9200[0,0297	23,75
[9200;10000[0,0313	25,00
[10000;11094,7[1094,00	0,0194	21,20
			70,48

On estime alors à 70.48% le pourcentage de sinistre dont le montant est à moins d'un écart-type de la moyenne.

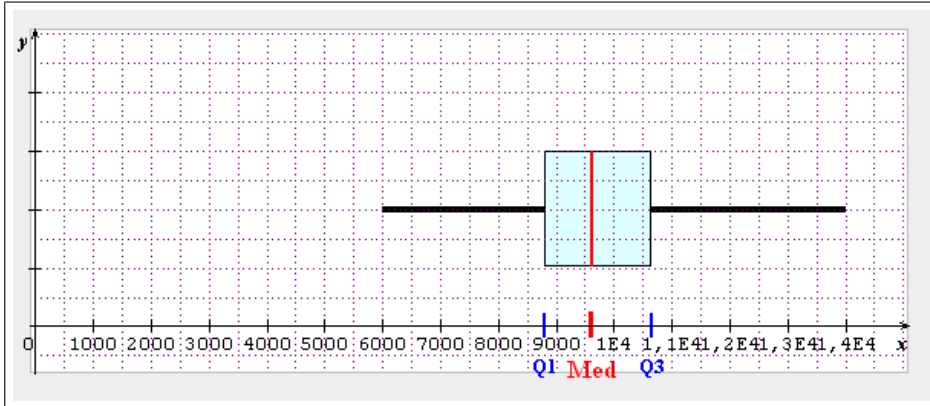
4. On calcule $EIQ = Q_3 - Q_1 = 10671 - 8800 = 1871$. 25% des sinistres ont un montant inférieur ou égal à 8800 euros et 75% un montant inférieur ou égal à 10671 euros.

5. Calcul de Q_2 : Q_2 correspond à une fréquence cumulée croissante de 50% et on localise Q_2 dans la classe [9200; 10000[où la fréquence cumulée croissante dépasse 50%, puis on effectue une interpolation linéaire :

$$\frac{0.6225 - 0.3725}{10000 - 9200} = \frac{0.5 - 0.3725}{Q_2 - 9200} \text{ soit } Q_2 = 9200 + 800 * \frac{0.5 - 0.3725}{0.6225 - 0.3725} = 9608 \text{ Il y a donc 50\% des sinistres qui ont un montant}$$

inférieur ou égal à 9608 euros.

6. On calcule $1.5EIQ = 1.5 * 1871 = 2806.5$; on calcule la taille des moustaches sans correction :
 $Q_1 - 6000 = 8800 - 6000 = 2800$ et $14000 - Q_3 = 14000 - 10671 = 3329$. on doit donc corriger la moustache de droite et la limiter à : $Q_3 + 2806.5 = 10671 + 2806.5 = 13477.5$



2 EXERCICE-2

	X	Y	XY
1	22	492	10824
2	50	186	9300
3	44	180	7920
4	32	384	12288
5	55	120	6600
6	60	120	7200
7	38	276	10488
8	22	480	10560
9	21	510	10710
10	45	252	11340
11	52	126	6552
12	33	360	11880
13	19	570	10830
14	17	588	9996
MOY	36,43	331,71	136488
Ecart-types	14,21	167,15	
Variances	201,96	27938,20	

- 1.
2. La covariance peut se calculer avec la formule : on obtient avec la calculatrice : $\sum x_i y_i = 136488$, soit en remplaçant :
 $Cov(x; y) = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} * \bar{y} = \frac{136488}{14} - 36.43 * 331.71 = -2335.05$
3. $r = \frac{Cov(x; y)}{\sigma(x) \sigma(y)} = \frac{-2335.05}{14.21 * 167.15} = -0.9831$ Ce coefficient est toujours compris entre -1 et 1 ; il est assez proche de -1 ce qui valide l'existence d'une corrélation linéaire négative forte entre les variables.

4. On trouve : $\hat{y} = \hat{a}x + \hat{b} = -11.5604x + 752,8442$ avec

$$\begin{cases} \hat{a} = \frac{Cov(x; y)}{V(x)} \\ \hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\bar{x} \end{cases} \quad \text{a} \quad \text{b}$$

5. \hat{a} représente la variation de Y consécutive à une augmentation de X de une unité : si l'âge augmente de 1 an, on peut estimer la variation du temps passé à une augmentation de 11.56 mn.
6. cf graphique.
7. $\hat{y}(63) = -11.5604 * 63 + 752.8442 = 24.54$ mn
8. $e_7 = y_7 - \hat{y}_7 = 276 - (-11.5604 * 38 + 752.8442) = -37.55$; ce résidu est négatif ; il mesure la différence entre la valeur observée y_7 et la valeur estimée par le modèle \hat{y}_7 ; ce résidu est négatif car le point M_7 du nuage est situé sous la droite de régression. Le modèle surestime la durée.

3 EXERCICE3

a_i	b_i	n_i	x_i	f_i	$f_{i,cc}$	$n_i x_i$	q_i	$q_{i,cc}$
0	10	120000	5	0,6556	0,6556	600000	0,3047	0,3047
10	20	45280	15	0,2474	0,9030	679200	0,3449	0,6496
20	40	12500	30	0,0683	0,9713	375000	0,1904	0,8400
40	80	5250	60	0,0287	1,0000	315000	0,1600	1,0000
		183030				1969200	1,0000	

